

スピントロニクス・デザインコース

Spintronics Design Course

基礎 1

Fundamentals 1

白井正文

Shirai, Masafumi

東北大学 電気通信研究所

Research Institute of Electrical Communication, Tohoku University

第47回 CMD Workshop
(2025年9月1日～9月5日, オンライン開催)

1

講義内容

Contents

0. スピントロニクスと社会

Spintronics and the human society

1. 孤立イオンの磁気モーメント

Magnetic moments of an isolated ion

2. 磁場中の磁気モーメントの運動

Motion of a magnetic moment in a magnetic field

3. 結晶中の磁性イオン(結晶場)

Magnetic ions in a crystal (crystal field)

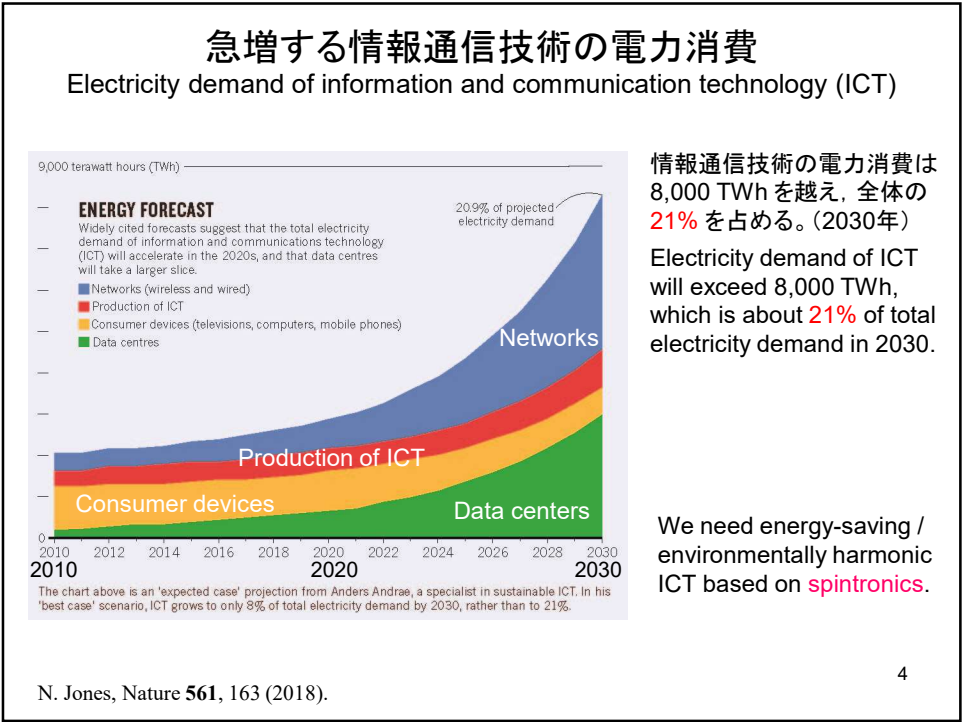
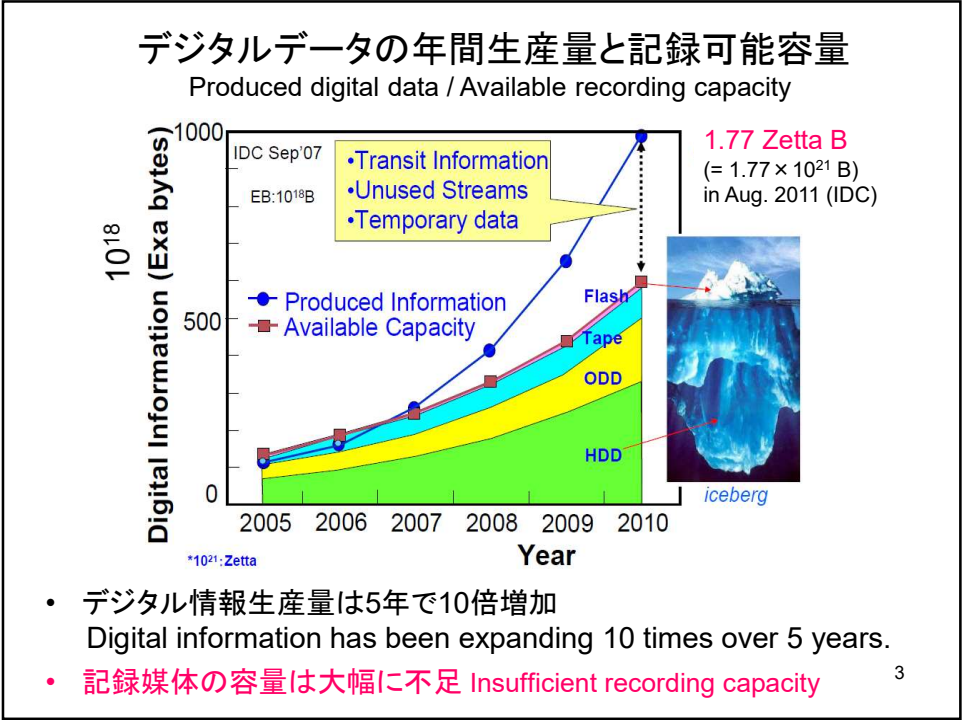
・単一イオンの磁気異方性

Magnetic anisotropy of a single ion

4. 原子核と電子の相互作用

Interaction between atomic nuclei and electrons

2





© Intel

Processing

Semiconductor devices

Storage

Ferromagnetic devices



Electronic Degrees of Freedom

Charge

Spin

Spintronics

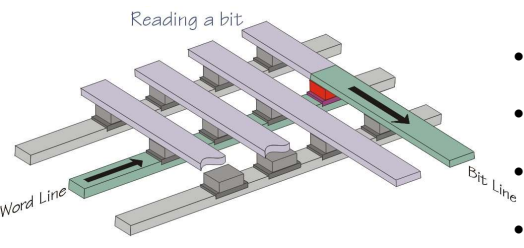


© Everspin Technologies

- High-performance devices in the next generation
High speed, Large scale, Low power consumption
- New paradigm in information technology
Neuromorphic computing, Quantum computing

5

MRAM (Magnetoresistive Random Access Memory)



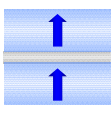
Reading a bit

Word Line

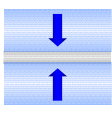
Bit Line

- 不揮発 *Non-volatile*
- 高速入出力 *Fast read/write*
- 高集積化 *Scalability*
- 高耐久性 *High endurance*

Magnetic tunnel junctions (MTJ)



"1"



"0"

Ferromagnet

Insulator

Ferromagnet



© Everspin Technologies

6

1. 孤立イオンの磁気モーメント
Magnetic moments of an isolated ion

7

電子の軌道運動 orbital motion of electron

電磁界中の電子(質量 m , 電荷 $-e$) のハミルトニアン
Hamiltonian for an electron (mass m , charge $-e$) in electromagnetic field

$$H = \frac{1}{2m} \left[\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right]^2 - e\Phi$$
$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A} = (0, 0, H)$$

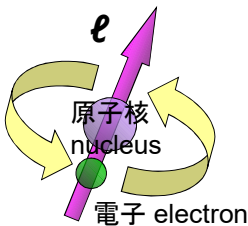
ベクトルポテンシャル
vector potential

$$\mathbf{A} = \frac{H}{2} (-y, x, 0)$$

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{eH}{2mc} (xp_y - yp_x) + \frac{e^2 H^2}{8mc^2} (x^2 + y^2) - e\Phi$$

$$-\boldsymbol{\mu}_\ell \cdot \mathbf{H}$$

軌道角運動量
orbital angular momentum

$$\hbar \ell_z = (\mathbf{r} \times \mathbf{p})_z = xp_y - yp_x$$


軌道磁気モーメント
orbital magnetic moment

ボーア磁子
Bohr magneton

$$\boldsymbol{\mu}_\ell = -\frac{e\hbar}{2mc} \mathbf{l} = -\mu_B \mathbf{l}$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$$

8

電子スピン electron spin

スピン角運動量 spin angular momentum

$$\hbar s = \frac{\hbar}{2} \sigma \quad s = 1/2 \quad \text{スピン量子数}$$

パウリ行列 Pauli matrix spin quantum number

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

交換関係

$$[S_x, S_y] = S_x S_y - S_y S_x = i S_z$$

Commutation relation

スピン磁気モーメント

spin magnetic moment

$$\mu_s = -g \frac{e\hbar}{2mc} s = -g \mu_B s$$

ボーア磁子

Bohr magneton

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$$

$$g\text{-factor: } g = 2.002319 \quad 9$$

Q1: Proof of Commutation relation

$$[S_x, S_y] \equiv S_x S_y - S_y S_x = i S_z \quad s = \frac{1}{2} \sigma$$

[Proof]

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \downarrow \\ \uparrow \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_x \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \boxed{}$$

$$\sigma_y \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \boxed{}$$

$$[\sigma_x, \sigma_y] \equiv \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_x = \boxed{} = 2i \sigma_z$$

10

Q2: Eigen states for x-component of spin operator

$$s_x |\uparrow\rangle = \frac{1}{2} |\uparrow\rangle$$

Superposition of spin-up and down states

$$|\uparrow\rangle = \alpha |\uparrow\rangle + \beta |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad |\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$s = \frac{1}{2} \sigma \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(\text{LHS}) = s_x \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sigma_x \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \boxed{}$$

$$(\text{RHS}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad \therefore \alpha = \beta = \boxed{} \quad \text{Normalization} \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad 11$$

スピン軌道相互作用 spin-orbit interaction

$$H_{\text{SO}} = \frac{\hbar}{2m^2 c^2} [\nabla V \times \mathbf{p}] \cdot \mathbf{s}$$

相対論効果
relativistic effect

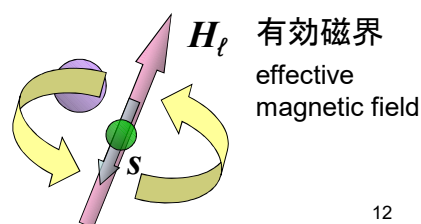
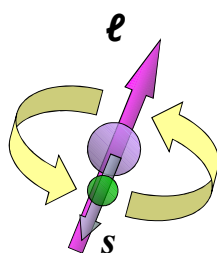
球対称ポテンシャル中 in spherical potential

$$H_{\text{SO}} = \lambda \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$$

$$H_{\text{SO}} = -\mathbf{H}_\ell \cdot \boldsymbol{\mu}_s$$

$$\lambda = \frac{\hbar^2}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr}$$

$$\mathbf{H}_\ell = \frac{\lambda}{g\mu_B} \mathbf{l}$$



12

Q3: Energy splitting of p-orbital states ($\ell = 1$)

$$m_\ell = +1, \quad 0, \quad -1$$
$$m_s = +1/2 \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$
$$-1/2 \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$

$$H_{\text{SO}} = \lambda \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = \frac{\lambda}{2} (\mathbf{j}^2 - \mathbf{l}^2 - \mathbf{s}^2)$$
$$= \frac{\lambda}{2} [j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)]$$

全角運動量
Total angular momentum

$$\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$$

$$m_j = +3/2, +1/2, -1/2, -3/2$$
$$j = 3/2 \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$
$$j = 1/2 \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$
$$m_j = +1/2, -1/2$$

$\Delta =$

13

円偏光によるスピンの生成

Spin-polarized electrons created by circularly polarized light

伝導バンド
Conduction band

重い正孔
Heavy hole

軽い正孔
Light hole

Split-off band

価電子バンド
Valence bands

E_g

Δ

0.11 eV (InP)
0.34 eV (GaAs)
0.85 eV (InSb)

$m_j = +1/2, -1/2$
$$j = 1/2 \quad \text{---} \quad \text{---}$$
$$m_j = +3/2, +1/2, -1/2, -3/2$$
$$j = 3/2 \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$
$$j = 1/2 \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$
$$m_j = +1/2, -1/2$$

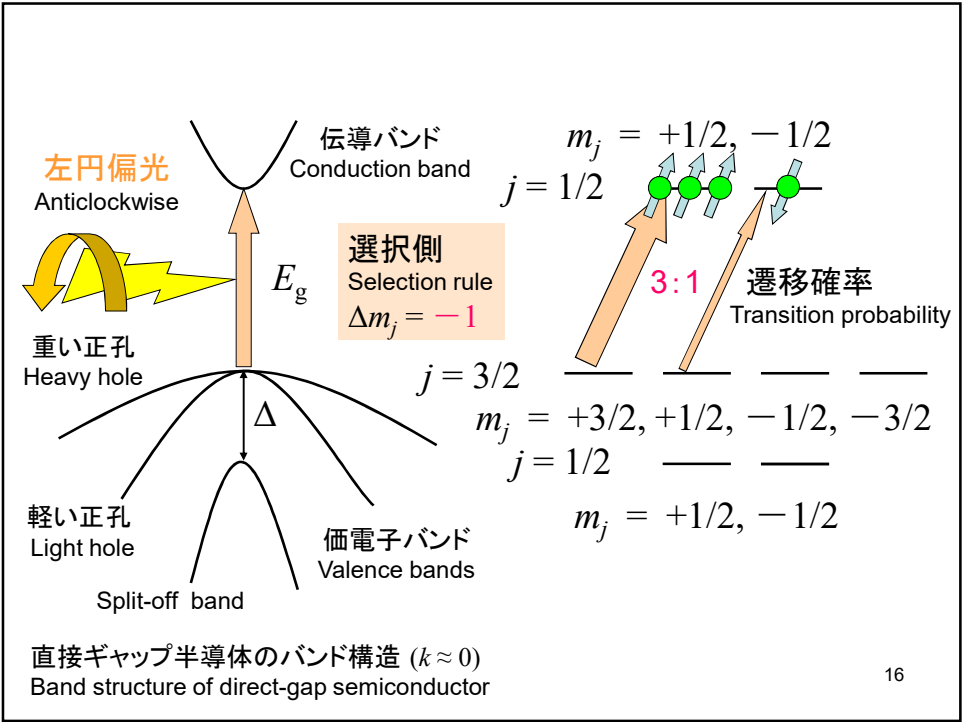
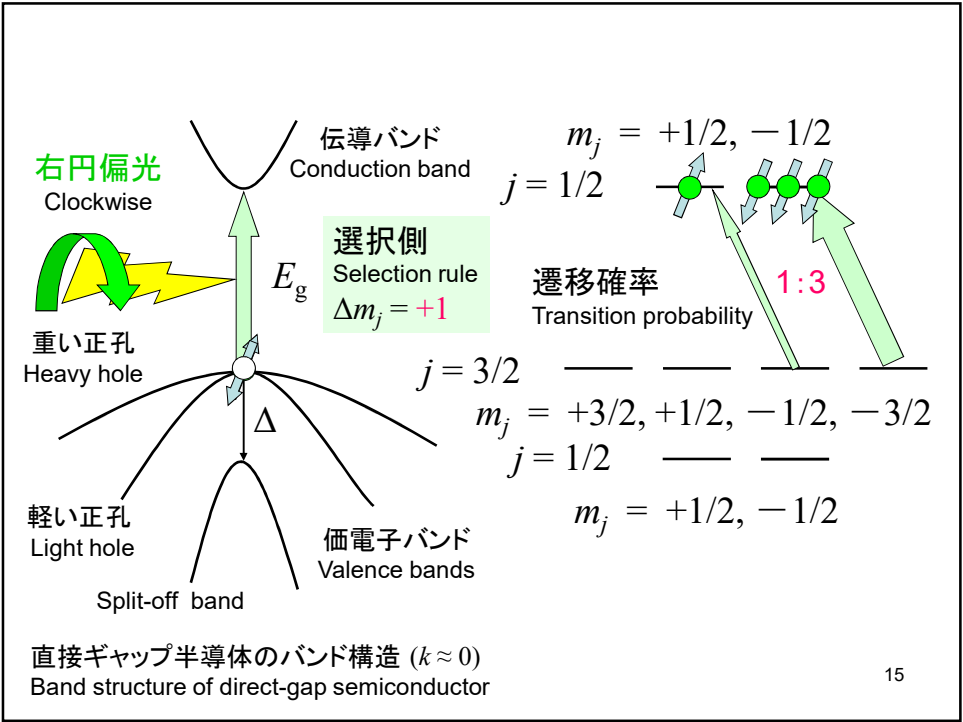
$(3/2)\lambda$

スピンの軌道相互作用
Spin-orbit interaction

$$H_{\text{SO}} = \lambda \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$$

直接ギャップ半導体のバンド構造 ($k \approx 0$)
Band structure of direct-gap semiconductor

14



2. 磁場中の磁気モーメントの運動

Motion of a magnetic moment in a magnetic field

17

磁気モーメントの運動 Dynamics of magnetic moments

$$\boldsymbol{\mu} = -g\mu_B \mathbf{s} = -\gamma \hbar \mathbf{s}$$

磁気回転比 $\gamma = \frac{g\mu_B}{\hbar}$
gyromagnetic ratio

ハイゼンベルグの運動方程式
Heisenberg's equation of motion

$$i\hbar \frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = [\boldsymbol{\mu}, H_{\text{Zeeman}}]$$

Zeeman相互作用

$$H_{\text{Zeeman}} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}$$

$$\mathbf{H} = (0, 0, H)$$

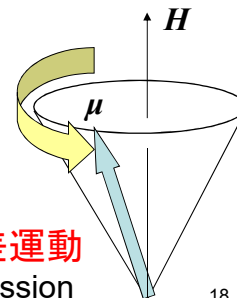
$$\therefore \frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = -\gamma \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{H}$$

$$\frac{d\mu_x}{dt} = -\gamma H \mu_y \quad \frac{d\mu_y}{dt} = +\gamma H \mu_x$$

$$\frac{d^2 \mu_\alpha}{dt^2} = -\omega_L^2 \mu_\alpha \quad (\alpha = x, y)$$

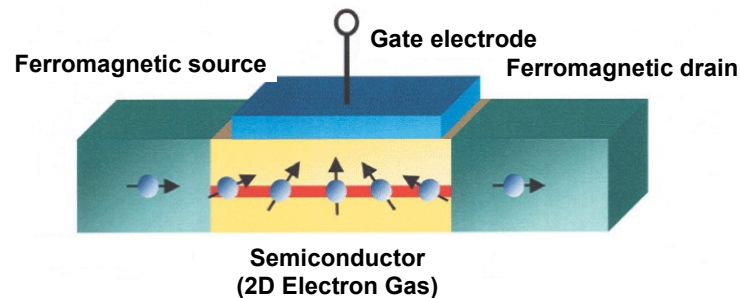
ラーモア周波数 $\omega_L = \gamma H$
Larmor frequency

ラーモア歳差運動
Larmor precession



18

スピン電界効果トランジスタ Spin Field Effect Transistor (Spin FET)



Key Issues:

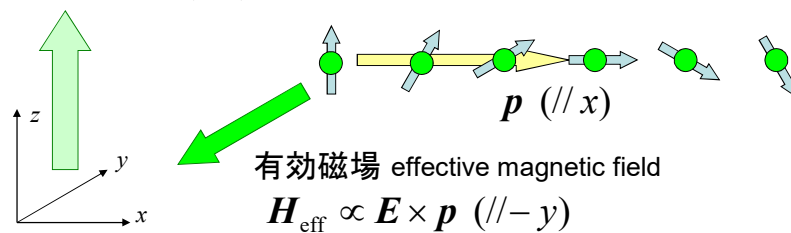
1. *Spin-injection* efficiency into semiconductor.
2. *Spin manipulation by electric field* (gate voltage).

S. Datta and B. Das, Appl. Phys. Lett. **56**, 665 (1990).

ゲート電圧によるスピン操作 Spin manipulation by gate voltage

ゲート電界 gate electric field

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (// z)$$



スピン軌道相互作用 spin-orbit interaction

$$H_{\text{so}} = \frac{\hbar}{2m^2c^2} [\nabla V \times \mathbf{p}] \cdot \mathbf{s} = -\frac{\hbar}{2m^2c^2} [\mathbf{E} \times \mathbf{p}] \cdot \mathbf{s}$$

有効磁場 effective magnetic field

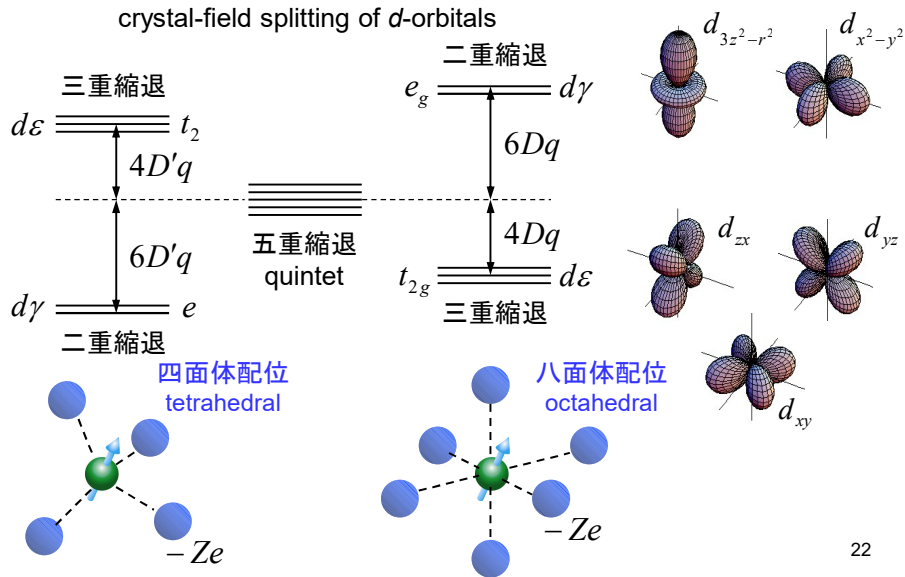
$$\mathbf{H}_{\text{eff}} \propto \mathbf{E} \times \mathbf{p}$$

20

3. 結晶中の磁性イオン(結晶場)
Magnetic ions in a crystal (crystal field)

21

結晶場 crystal field
d 電子軌道の結晶場分裂
crystal-field splitting of *d*-orbitals



22

多重項 multiplet

最低エネルギー多重項に関するフントの規則
Hund's rule for ground state multiplet

第1則: 全スピン角運動量 S 最大
1st rule: Total spin angular momentum S : maximum

第2則: 全軌道角運動量 L 最大
2nd rule: Total orbital angular momentum L : maximum

原子の多電子状態
Many-electron states of atom

$$S = \sum_{i=1}^{n_d} s_i$$
$$L = \sum_{i=1}^{n_d} l_i$$

$m_s = +1/2 \quad -1/2$

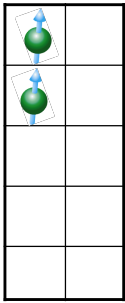
$m = +2$

$+1$

0

-1

-2



ex.) Two d electrons (Ti^{2+} , V^{3+})

最低エネルギー多重項
ground-state multiplet

${}^3F \quad S = 1, L = 3$

General expression:

$2S+1 L' \quad L = 0, 1, 2, 3, \dots$
 $L' = S, P, D, F, \dots$

23

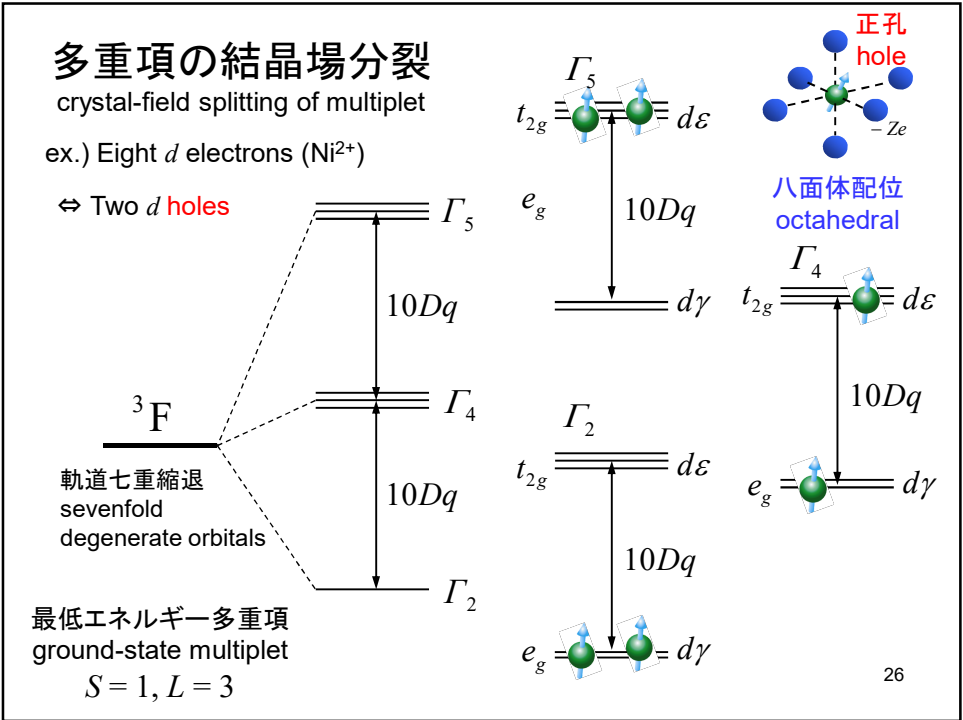
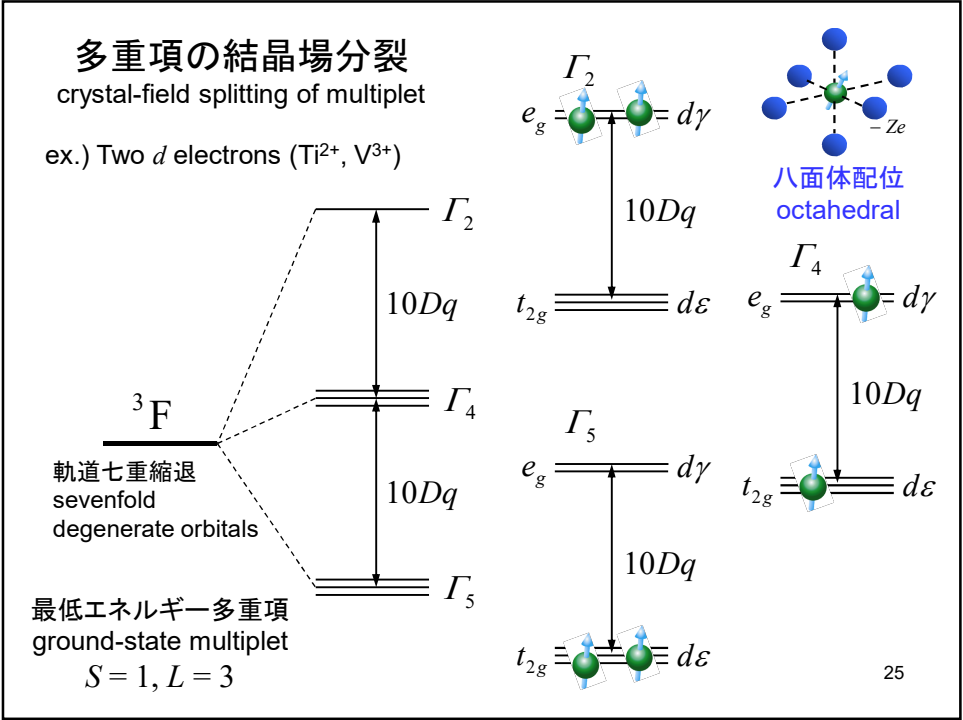
Q4: Ground-state multiplet of 3d transition ions

3d electron number	1	2	3	4	5	6	7	8	9
S		1							
L		3							
Ground-state multiplet		3F							

General expression:

$2S+1 L' \quad L = 0, 1, 2, 3, \dots$
 $L' = S, P, D, F, \dots$

24



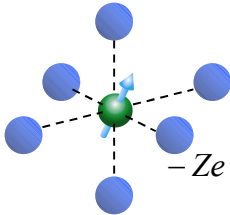
結晶磁気異方性
magneto-crystalline anisotropy

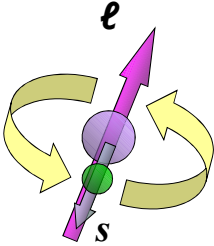
局在スピンの系(絶縁体) localized spin system (insulator)

結晶場
crystal field

+

スピン軌道相互作用
spin-orbit interaction





量子力学的
quantum mechanical

$$H_{SO} = \lambda \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$$

27

スピン軌道相互作用 spin-orbit interaction

$$H_{SO} = \lambda \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \quad \lambda = \frac{\hbar^2}{2m^2c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr}$$

相対論効果
relativistic effect

スピン軌道相互作用の効果(二次摂動)
Effect of spin-orbit interaction (2nd order)

重元素に対して顕著
significant for heavy elements

$$H_S = -\lambda^2 \sum_{\mu, \nu} A_{\mu\nu} S_{\mu} S_{\nu} \quad A_{\mu\nu} = \sum_{n(\neq 0)} \frac{\langle 0 | L_{\mu} | n \rangle \langle n | L_{\nu} | 0 \rangle}{E_n - E_0}$$

Price's spin Hamiltonian

($\mu, \nu = x, y, z$)

結晶磁気異方性(二次)
Magneto-crystalline anisotropy

結晶の対称性
crystal symmetry

$$H_A^{(2)} = DS_z^2 + E(S_x^2 - S_y^2)$$

正方晶
tetragonal

斜方晶
orthorhombic

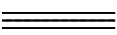
$D > 0$: 面内容易型
easy plane
 $D < 0$: 一軸容易型
uniaxial

28

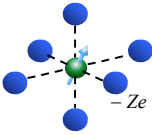
Q5: Energy splitting by uniaxial magnetic anisotropy ($S = 1$)

結晶磁気異方性 (正方晶)
Magneto-crystalline anisotropy (tetragonal)

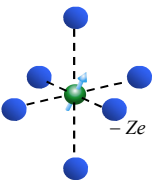
$$H_A^{(2)} = DS_z^2 \quad D < 0 : \text{一軸容易型 uniaxial}$$

スピン量子数 $S = 1$ 

立方晶
cubic



正方晶
tetragonal

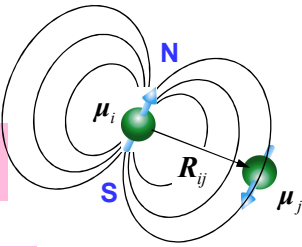


29

磁気異方性
Magnetic anisotropy

磁気双極子・双極子相互作用
magnetic dipole-dipole interaction

電磁気学的
Electromagnetic

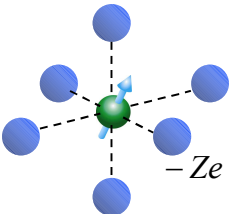


結晶磁気異方性
magneto-crystalline anisotropy

量子力学的
Quantum mechanical

局在スピン系 (絶縁体)
Localized spin system (insulator)

結晶場 + スピン軌道相互作用
crystal field + spin-orbit interaction



遍歴スピン系 (金属)
Itinerant electron system (metal)

電子バンド構造 + スピン軌道相互作用
electronic structure + spin-orbit interaction

30

4. 原子核と電子の相互作用
Interaction between atomic nuclei and electrons

31

核磁気モーメント

nuclear magnetic moment

$$\mu_n = g_N \mu_N \mathbf{I} = \frac{\gamma_N}{\hbar} \mathbf{I}$$

g_N : 核 g -因子
nuclear g -factor

$\mathbf{I}$: 核スピン nuclear spin

($I = 1/2, 1, 3/2, 2, \dots$)

γ_N : 核磁気回転比
nuclear gyromagnetic ratio

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p c} \quad \text{核磁子} \quad \text{nuclear magneton}$$

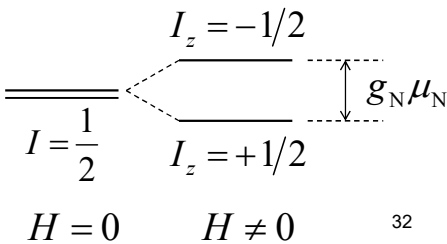
M_p : 陽子の質量
proton mass

$$\mu_N \approx \frac{1}{1836} \mu_B$$

Zeeman相互作用

$$H_{\text{Zeeman}} = -\mu_n \cdot \mathbf{H}$$

- 外部磁場 external magnetic field
- 超微細磁場 hyperfine field



32

超微細相互作用 Hyperfine interaction

原点にある核スピン I と電子の間にはたらく相互作用

磁気双極子相互作用 p, d, f 電子
magnetic dipole interaction

$$H_{\text{dipole}} = -\gamma_N \gamma_e \hbar^2 \frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{s} - 3(\mathbf{I} \cdot \hat{\mathbf{r}})(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{r}})}{r^3}$$

フェルミ接触相互作用 s 電子 軌道角運動量との相互作用
Fermi contact interaction interaction with orbital moment

$$H_{\text{Fermi}} = \frac{8\pi}{3} \gamma_N \gamma_e \hbar^2 \mathbf{I} \cdot \mathbf{s} \delta(\mathbf{r}) \quad H_{\text{orbital}} = \gamma_N \gamma_e \hbar^2 \frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{l}}{r^3}$$

内殻分極相互作用 原子核位置における
s 電子のスピンドensity分極
core polarization interaction

$$H_{\text{core}} = \frac{8\pi}{3} \gamma_N \gamma_e \hbar^2 \mathbf{I} \cdot \mathbf{s} \left[|\psi_{\uparrow}(0)|^2 - |\psi_{\downarrow}(0)|^2 \right]$$

33

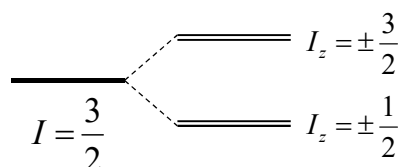
四重極相互作用 Quadrupole interaction

原子核の電気四重極モーメントと電子のつくる静電場との相互作用

核四重極モーメント $eQ = e \int (3z^2 - r^2) \rho_N(\mathbf{r}) d^3r$
nuclear quadrupole moment $e\rho_N(\mathbf{r})$: 原子核の電荷密度

原子核位置における電場
electric-field gradient on nucleus

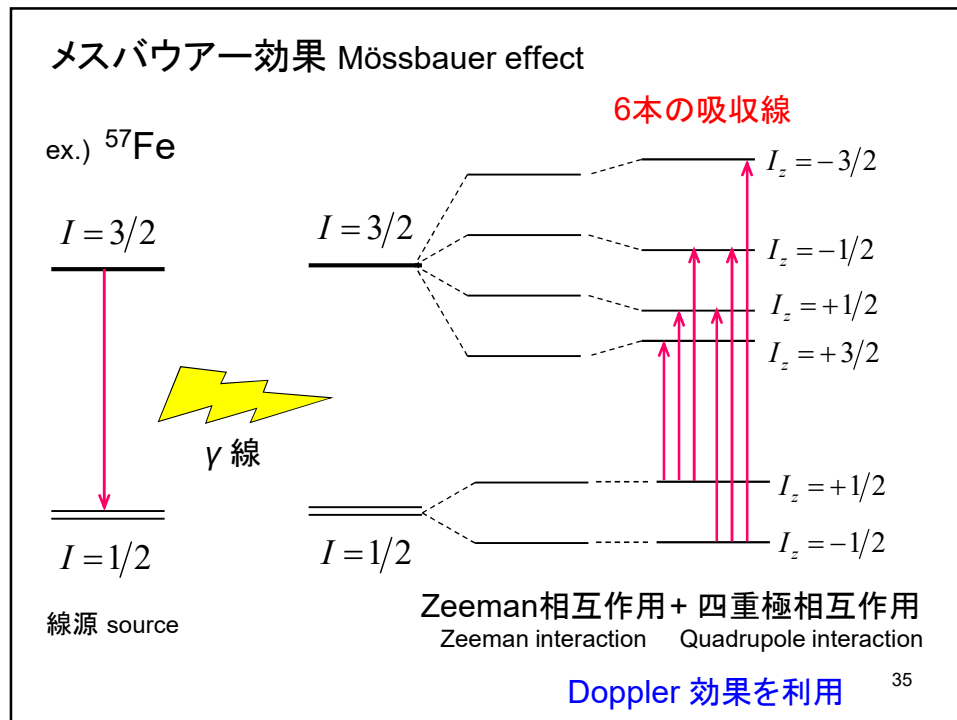
$$eq = -\left. \frac{dE_z}{dz} \right|_{r=0} = \left. \frac{d^2V}{dz^2} \right|_{r=0}$$



四重極相互作用 (一軸対称性)
quadrupole interaction (uniaxial)

$$H_{\text{quad}} = \frac{e^2 q Q(I_z)}{2} = \frac{e^2 q Q}{4I(2I-1)} [3I_z^2 - I(I+1)]$$

34



参考文献

- [1] 金森順次郎:「磁性」(培風館, 1969).
- [2] 近角總信:「強磁性体の物理(上)」(裳華房, 1978).
- [3] 金森順次郎, 他:「固体」(岩波書店, 1994).
- [4] 安達健五:「化合物磁性 局在スピン系」(裳華房, 1996).
- [5] 望月和子, 鈴木 直:「固体の電子状態と磁性」
(大学教育出版, 2003).
- [6] 吉田 博, 他:「スピントロニクスのための計算機
ナノマテリアルデザイン」(内田老鶴圃, 2022).

白井 正文 (Shirai, Masafumi)

東北大学 電気通信研究所

E-mail: masafumi.shirai.b8@tohoku.ac.jp

36