

# スピントロニクス・デザインコース

*Spintronics Design Course*

## 基礎 1

*Fundamentals 1*

白井正文  
Shirai, Masafumi

東北大学 電気通信研究所  
*Research Institute of Electrical Communication, Tohoku University*  
東北大学 スピントロニクス学術連携研究教育センター  
*Center for Spintronics Research Network, Tohoku University*

第36回 CMD Workshop  
(2020年2月17日～21日, 大阪大学基礎工学研究科)

1

## 講義内容

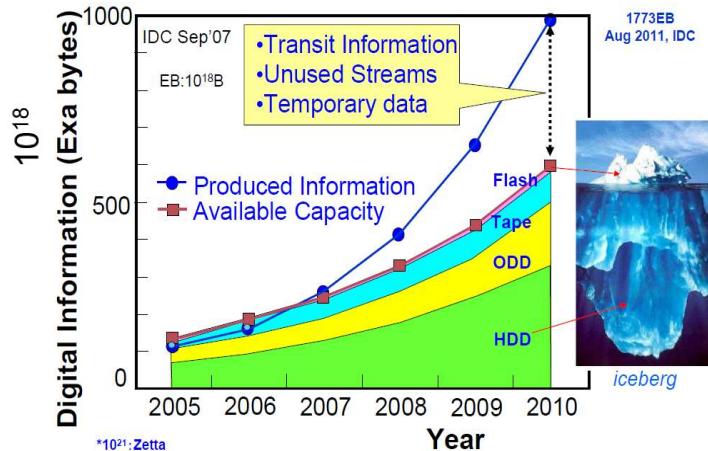
*Contents*

0. スピントロニクスと社会  
Spintronics and the human society
1. 孤立イオンの磁気モーメント  
Magnetic moments of an isolated ion
2. 磁場中の磁気モーメントの運動  
Motion of a magnetic moment in a magnetic field
3. 結晶中の磁性イオン(結晶場)  
Magnetic ions in a crystal (crystal field)
  - ・単一イオンの磁気異方性  
Magnetic anisotropy of a single ion
4. 原子核と電子の相互作用  
Interaction between atomic nuclei and electrons

2

## デジタル情報の年間生産量と記録可能容量

Produced digital information / Available recording capacity

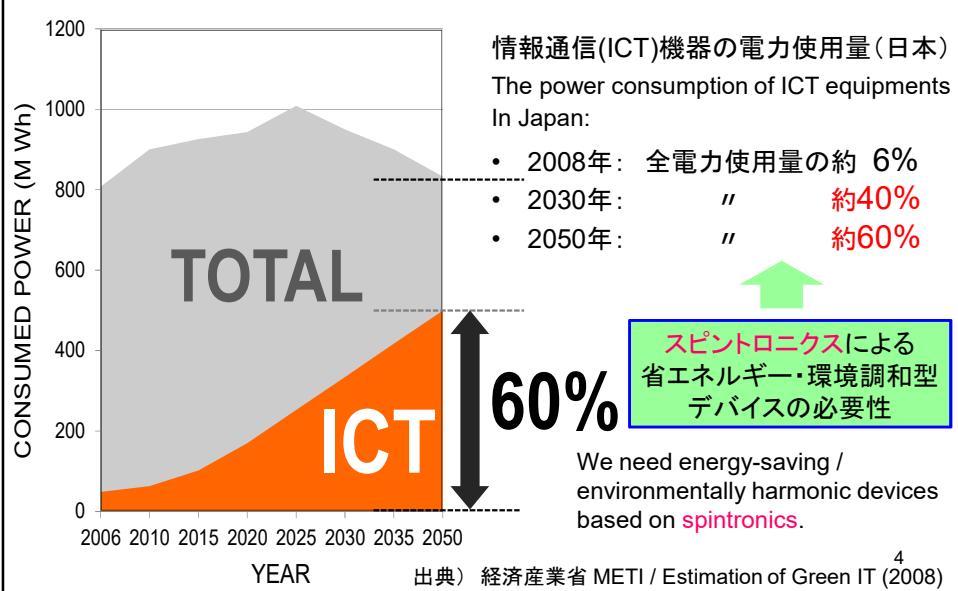


- デジタル情報生産量は5年で10倍増加  
Digital information has been expanding 10 times over 5 years.
- 記録媒体の容量は大幅に不足 Insufficient recording capacity

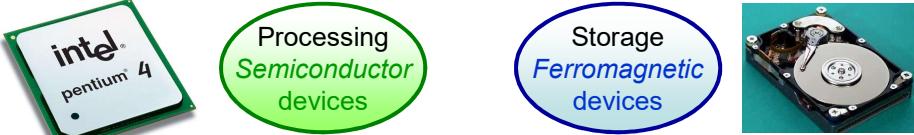
3

## 急増する情報通信機器の電力使用量

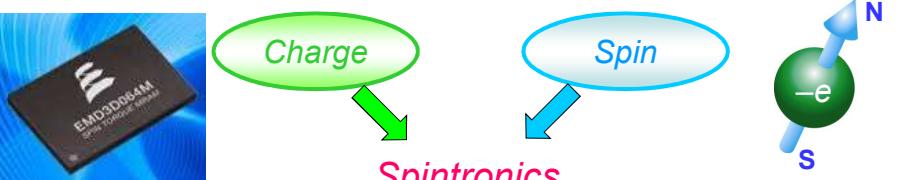
Rapid increase of power consumption of ICT equipments



Conventional Technology in Electronics



Electronic Degrees of Freedom



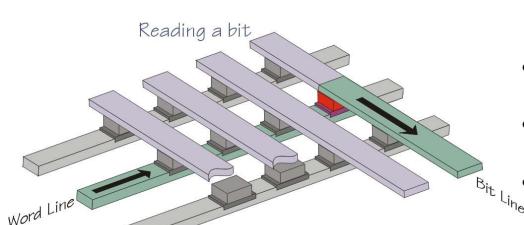
*Spintronics*

© Intel  
© Everspin Technologies

- High-performance devices in the next generation  
*High speed, Large scale, Low power consumption*
- New paradigm in information technology

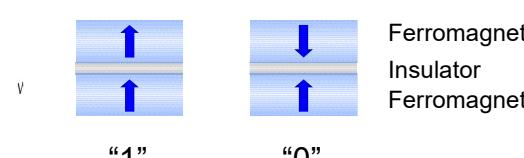
5

MRAM (Magnetoresistive Random Access Memory)



- 不揮発                      *Non-volatile*
- 高速入出力    *Fast read/write*
- 高集積化                      *Scalability*
- 高耐久性                      *High endurance*

Magnetic tunnel junctions (MTJ)



Ferromagnet  
Insulator  
Ferromagnet



© Everspin Technologies

6

## 1. 孤立イオンの磁気モーメント

Magnetic moments of an isolated ion

7

### 電子の軌道運動 orbital motion of electron

電磁界中の電子(質量  $m$ , 電荷  $-e$ )のハミルトニアン

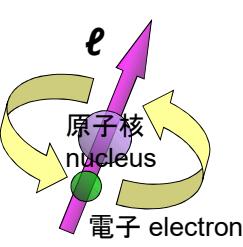
Hamiltonian for an electron (mass  $m$ , charge  $-e$ ) in electromagnetic field

$$H = \frac{1}{2m} [\mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}]^2 - e\Phi \quad \begin{array}{l} \text{ベクトルポテンシャル} \\ \text{vector potential} \end{array}$$

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A} = (0, 0, H) \quad \mathbf{A} = \frac{H}{2}(-y, x, 0)$$

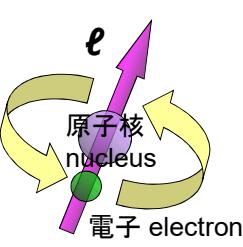
$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{eH}{2mc} (xp_x - yp_x) + \frac{e^2H^2}{8mc^2} (x^2 + y^2) - e\Phi$$

↓

$\ell$   


軌道角運動量  
orbital angular momentum

 $\hbar\ell_z = (\mathbf{r} \times \mathbf{p})_z = xp_y - yp_x$

$-\boldsymbol{\mu}_\ell \cdot \mathbf{H}$   


軌道磁気モーメント  
orbital magnetic moment

 $\boldsymbol{\mu}_\ell = -\frac{e\hbar}{2mc} \mathbf{l} = -\mu_B \mathbf{l}$

ボア磁子  
Bohr magneton

 $\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$

## 電子スピン electron spin

スピン角運動量 spin angular momentum

$$\hbar s = \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\sigma} \quad s = 1/2 \quad \begin{array}{c} \text{スピン量子数} \\ \text{spin quantum number} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{up} \\ \text{down} \end{array} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{up} \\ \text{down} \end{array} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

パウリ行列 Pauli matrix

$$\boldsymbol{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

交換関係

Commutation relation

$$[s_x, s_y] = s_x s_y - s_y s_x = i s_z$$

スピン磁気モーメント

spin magnetic moment

$$\boldsymbol{\mu}_s = -g \frac{e\hbar}{2mc} \mathbf{s} = -g\mu_B \mathbf{s}$$

ボーア磁子

Bohr magneton

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$$

*g*-factor:  $g = 2.0023$

9

## スピン軌道相互作用 spin-orbit interaction

$$H_{SO} = \frac{\hbar}{2m^2 c^2} [\nabla V \times \mathbf{p}] \cdot \mathbf{s}$$

相対論効果  
relativistic effect

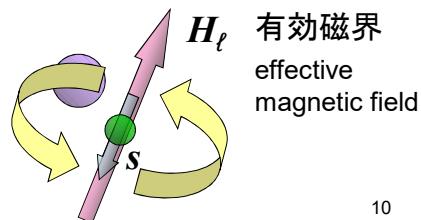
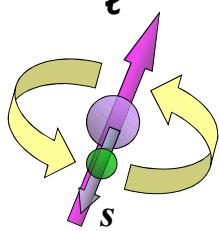
球対称ポテンシャル中 in spherical potential

$$H_{SO} = \lambda \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$$

$$H_{SO} = -\mathbf{H}_\ell \cdot \boldsymbol{\mu}_s$$

$$\lambda = \frac{\hbar^2}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr}$$

$$\mathbf{H}_\ell = \frac{\lambda}{g\mu_B} \mathbf{l}$$



有効磁界  
effective magnetic field

10

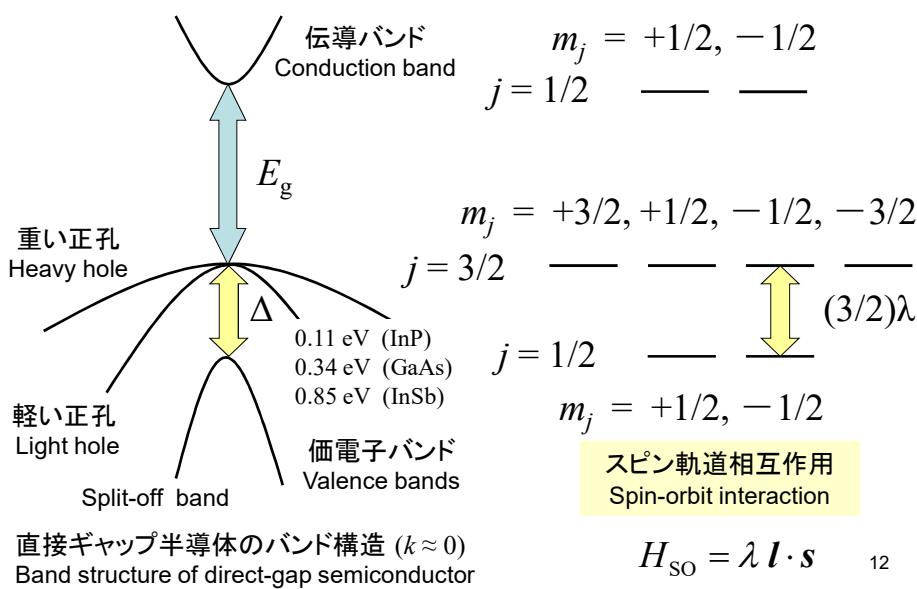
Q: Energy splitting of p-orbital states ( $\ell=1$ )

$$\begin{aligned}
 m_\ell &= +1, 0, -1 \\
 m_s &= +1/2, -1/2 \quad = = = \\
 H_{\text{SO}} &= \lambda \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = \frac{\lambda}{2} (\mathbf{j}^2 - \mathbf{l}^2 - \mathbf{s}^2) & \text{全角運動量} \\
 &= \frac{\lambda}{2} [j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)] & \text{Total angular momentum} \\
 m_j &= +3/2, +1/2, -1/2, -3/2 \\
 j = 3/2 &\quad \text{--- ---} \quad \overbrace{\quad}^{\Delta = \frac{3}{2}\lambda} \quad \text{--- ---} \\
 j = 1/2 &\quad \text{---} \quad \overbrace{\quad}^{\Delta = \frac{3}{2}\lambda} \quad \text{---} \\
 m_j &= +1/2, -1/2
 \end{aligned}$$

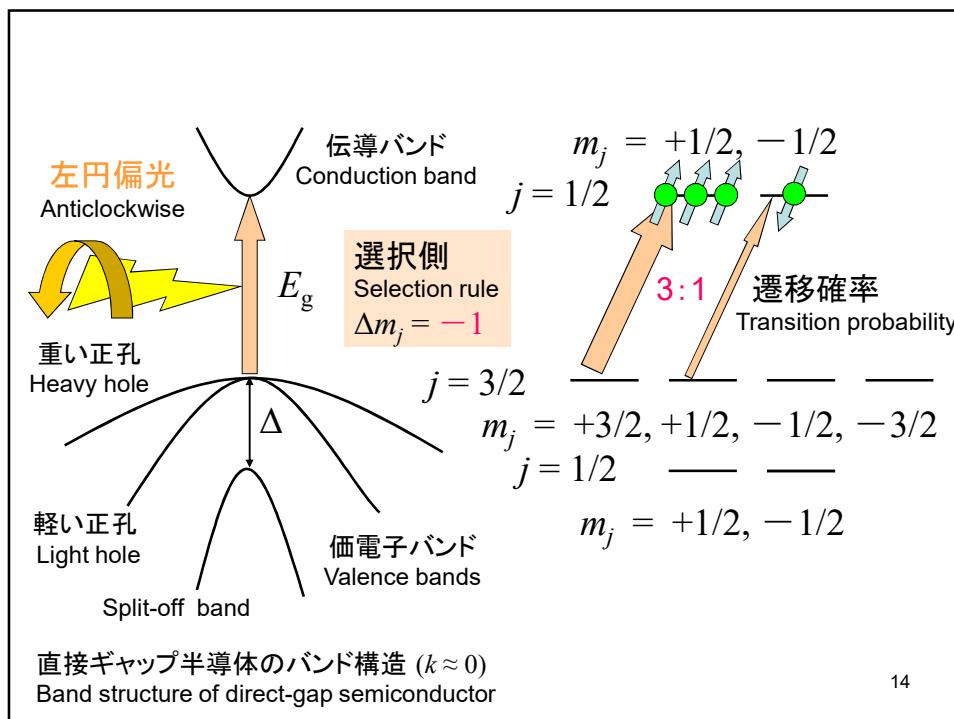
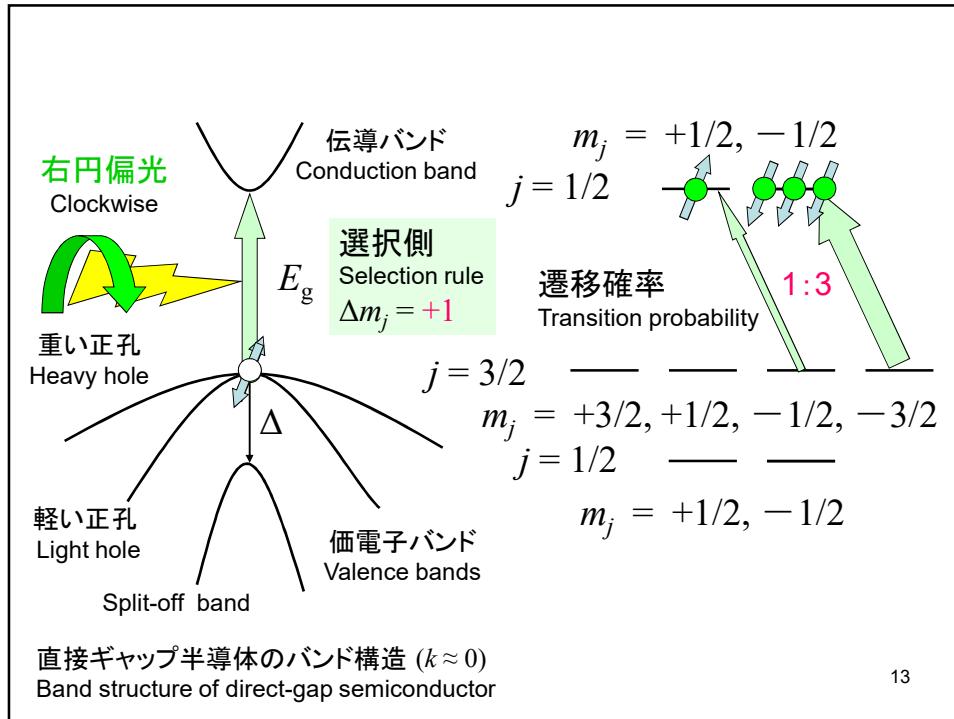
11

### 円偏光によるスピン生成

Spin-polarized electrons created by circularly polarized light



12



## 2. 磁場中の磁気モーメントの運動

Motion of a magnetic moment in a magnetic field

15

### 磁気モーメントの運動 Dynamics of magnetic moments

$$\boldsymbol{\mu} = -g\mu_B \mathbf{s} = -\gamma \hbar \mathbf{s}$$

磁回転比  $\gamma = \frac{g\mu_B}{\hbar}$   
gyromagnetic ratio

#### ハイゼンベルグの運動方程式 Heisenberg's equation of motion

$$i\hbar \frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = [\boldsymbol{\mu}, H_{\text{Zeeman}}]$$

$$\mathbf{H} = (0, 0, H)$$

$$\frac{d\mu_x}{dt} = -\gamma H \mu_y \quad \frac{d\mu_y}{dt} = +\gamma H \mu_x$$

$$\frac{d^2\mu_\alpha}{dt^2} = -\omega_L^2 \mu_\alpha \quad (\alpha = x, y)$$

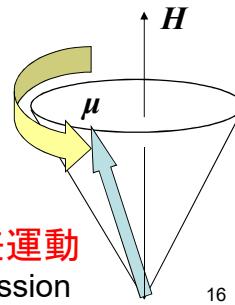
ラーモア周波数  $\omega_L = \gamma H$   
Larmor frequency

Zeeman相互作用

$$H_{\text{Zeeman}} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}$$

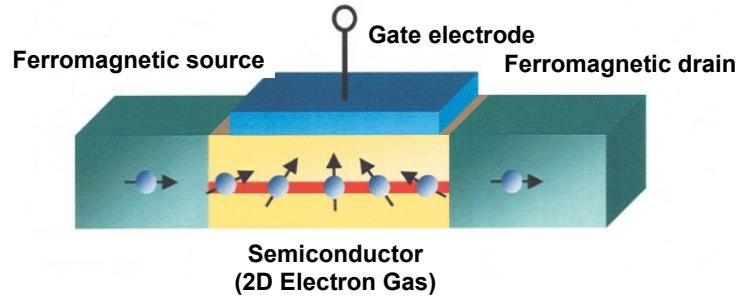
$$\therefore \frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = -\gamma \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{H}$$

ラーモア歳差運動  
Larmor precession



16

## スピニ電界効果トランジスタ Spin Field Effect Transistor (Spin FET)



### Key Issues:

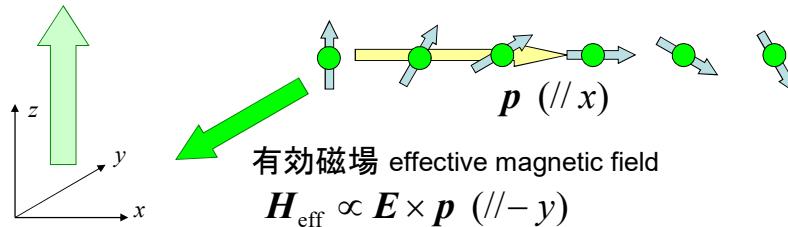
1. *Spin-injection efficiency into semiconductor.*
2. *Spin manipulation by electric field* (gate voltage).

S. Datta and B. Das, Appl. Phys. Lett. **56**, 665 (1990).

## ゲート電圧によるスピニ操作 Spin manipulation by gate voltage

ゲート電界 gate electric field

$$\mathbf{E} = -\nabla V \ (\parallel z)$$



スピニ軌道相互作用 spin-orbit interaction

$$H_{\text{SO}} = \frac{\hbar}{2m^2c^2} [\nabla V \times \mathbf{p}] \cdot \mathbf{s} = -\frac{\hbar}{2m^2c^2} [\mathbf{E} \times \mathbf{p}] \cdot \mathbf{s}$$

有効磁場 effective magnetic field

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} \propto \mathbf{E} \times \mathbf{p}$$

18

### 3. 結晶中の磁性イオン(結晶場)

Magnetic ions in a crystal (crystal field)

19

#### 結晶場 crystal field

$d$  電子軌道の結晶場分裂

crystal-field splitting of  $d$ -orbitals

三重縮退

$4D'q$

$6D'q$

二重縮退

$d\gamma$

$e$

二重縮退

$t_2$

三重縮退

$d\varepsilon$

二重縮退

$6Dq$

$4Dq$

三重縮退

$d\varepsilon$

$t_{2g}$

五重縮退

quintet

$e_g$

$d\gamma$

四面体配位

tetrahedral

$-Ze$

八面体配位

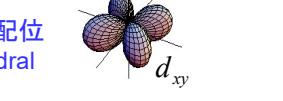
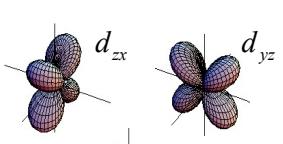
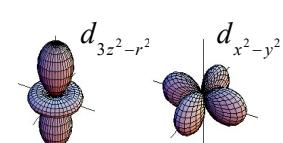
octahedral

$-Ze$

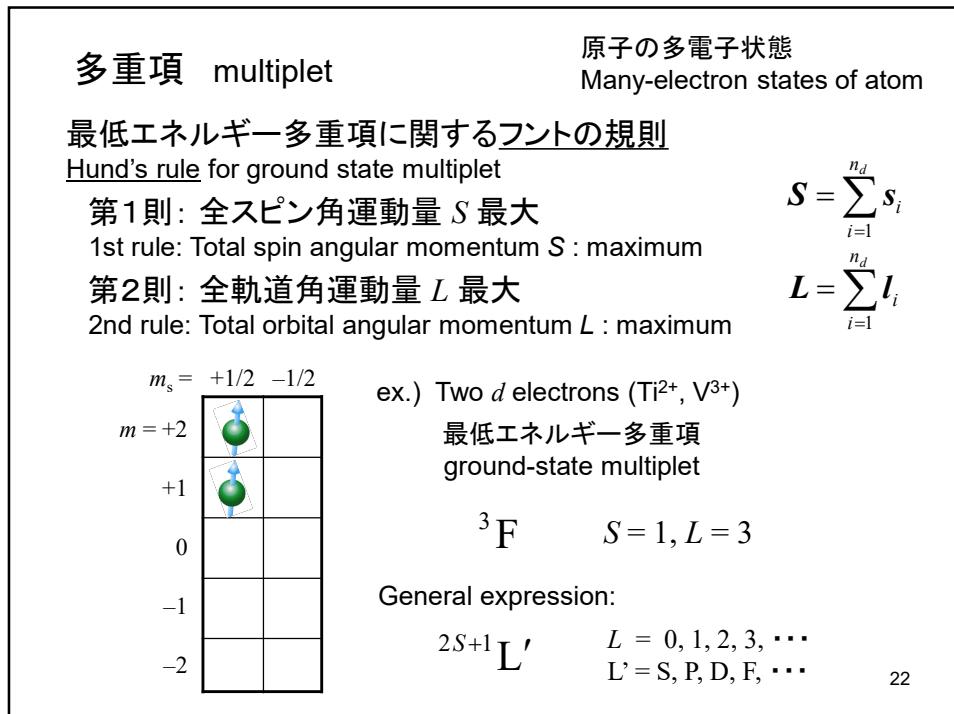
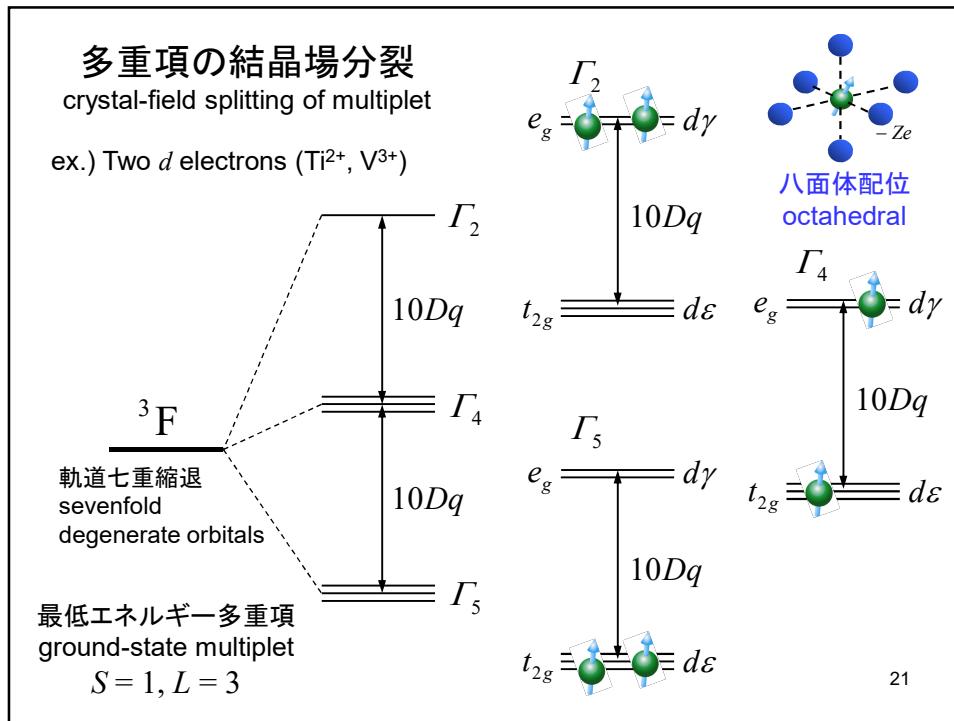
八面体配位

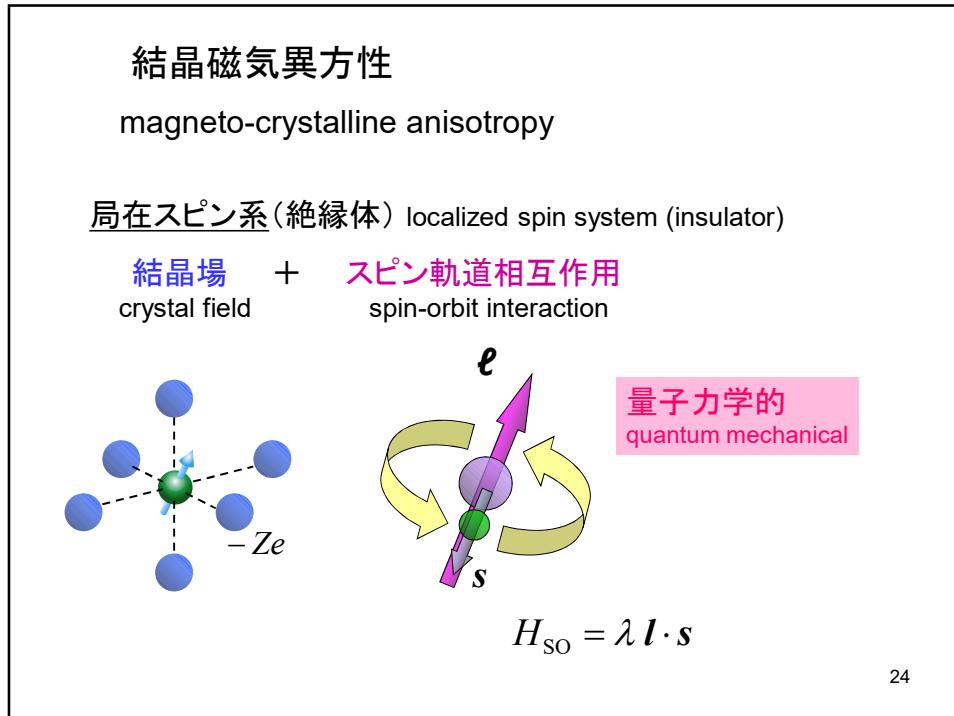
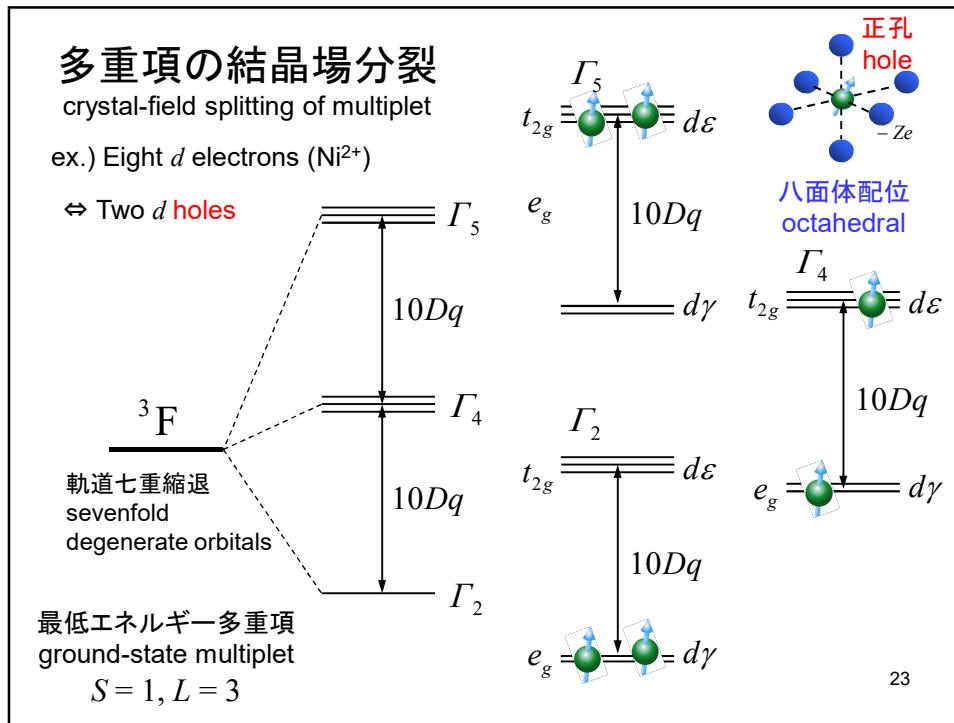
octahedral

$-Ze$



20





## スピン軌道相互作用 spin-orbit interaction

$$H_{SO} = \lambda \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \quad \lambda = \frac{\hbar^2}{2m^2c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr}$$

相対論効果  
relativistic effect

スピン軌道相互作用の効果(二次摂動)  
Effect of spin-orbit interaction (2nd order)

重元素に対して顕著  
significant for heavy elements

$$H_S = -\lambda^2 \sum_{\mu,\nu} \Lambda_{\mu\nu} S_\mu S_\nu \quad \Lambda_{\mu\nu} = \sum_{n(\neq 0)} \frac{\langle 0 | L_\mu | n \rangle \langle n | L_\nu | 0 \rangle}{E_n - E_0}$$

Price's spin Hamiltonian

( $\mu, \nu = x, y, z$ )

結晶磁気異方性(二次)  
Magneto-crystalline anisotropy

結晶の対称性  
crystal symmetry

$$H_A^{(2)} = DS_z^2 + E(S_x^2 - S_y^2) \quad D > 0 : \text{面内容易型}$$

easy plane

正方晶  
tetragonal

斜方晶  
orthorhombic

$D < 0$  : 一軸容易型

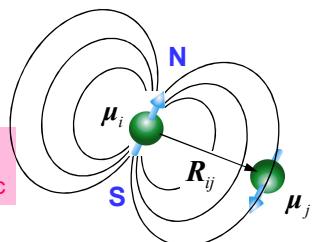
25

## 磁気異方性

Magnetic anisotropy

磁気双極子・双極子相互作用  
magnetic dipole-dipole interaction

電磁気学的  
Electromagnetic



結晶磁気異方性  
magneto-crystalline anisotropy

量子力学的  
Quantum mechanical

局在スピン系(絶縁体)  
Localized spin system (insulator)

Crystal field

スピン軌道相互作用

spin-orbit interaction

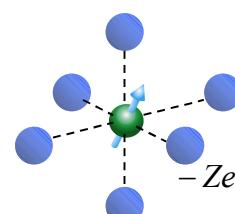
遍歴スピン系(金属)

Itinerant electron system (metal)

電子バンド構造 + スpin軌道相互作用

electronic structure

spin-orbit interaction



26

## 4. 原子核と電子の相互作用

Interaction between atomic nuclei and electrons

27

### 核磁気モーメント

nuclear magnetic moment

$$\boldsymbol{\mu}_N = g_N \mu_N \mathbf{I} = \frac{\gamma_N}{\hbar} \mathbf{I}$$

$g_N$  : 核  $g$ -因子  
nuclear  $g$ -factor

$\mathbf{I}$  : 核スピン nuclear spin

$$(I = 1/2, 1, 3/2, 2, \dots) \quad \mu_N \approx \frac{1}{1600} \mu_B$$

$\gamma_N$  : 核磁気回転比  
nuclear gyromagnetic ratio

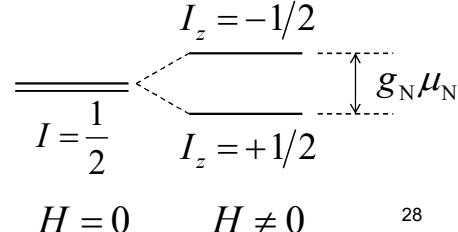
$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p c}$  : 核磁子  
nuclear magneton

$M_p$  : 陽子の質量  
proton mass

### Zeeman相互作用

$$H_{\text{Zeeman}} = -\boldsymbol{\mu}_N \cdot \mathbf{H}$$

- 外部磁場 external magnetic field
- 超微細磁場 hyperfine field



28

## 超微細相互作用 Hyperfine interaction

原点にある核スピン  $I$  と電子の間にはたらく相互作用

磁気双極子相互作用  $p, d, f$  電子  
magnetic dipole interaction

$$H_{\text{dipole}} = -\gamma_N \gamma_e \hbar^2 \frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{s} - 3(\mathbf{I} \cdot \hat{\mathbf{r}})(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{r}})}{r^3}$$

フェルミ接触相互作用  $s$  電子  
Fermi contact interaction

軌道角運動量との相互作用  
interaction with orbital moment

$$H_{\text{Fermi}} = \frac{8\pi}{3} \gamma_N \gamma_e \hbar^2 \mathbf{I} \cdot \mathbf{s} \delta(\mathbf{r}) \quad H_{\text{orbital}} = \gamma_N \gamma_e \hbar^2 \frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{l}}{r^3}$$

内殻分極相互作用  
core polarization interaction

原子核位置における  
 $s$  電子のスピン密度分極

$$H_{\text{core}} = \frac{8\pi}{3} \gamma_N \gamma_e \hbar^2 \mathbf{I} \cdot \mathbf{s} \left[ |\psi_{\uparrow}(0)|^2 - |\psi_{\downarrow}(0)|^2 \right]$$

29

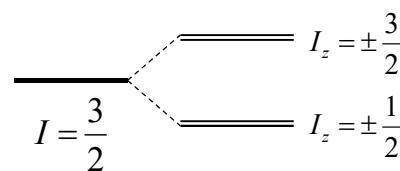
## 四重極相互作用 Quadrupole interaction

原子核の電気四重極モーメントと電子のつくる静電場との相互作用

核四重極モーメント  
nuclear quadrupole moment  $eQ = e \int (3z^2 - r^2) \rho_N(\mathbf{r}) d^3r$   
 $e\rho_N(\mathbf{r})$  : 原子核の電荷密度

原子核位置における電場  
electric-field gradient on nucleus

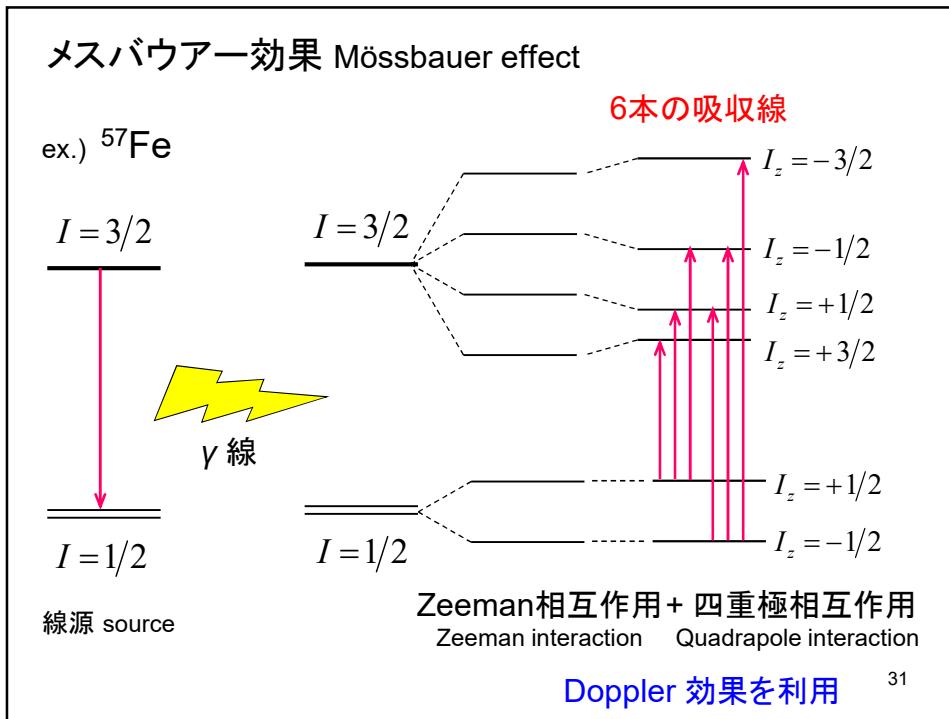
$$eq = -\frac{dE_z}{dz} \Big|_{r=0} = \frac{d^2V}{dz^2} \Big|_{r=0}$$



四重極相互作用(一軸対称性)  
quadrupole interaction (uniaxial)

$$H_{\text{quad}} = \frac{e^2 q Q(I_z)}{2} = \frac{e^2 q Q}{4I(2I-1)} [3I_z^2 - I(I+1)]$$

30



### 参考文献

- [1] 金森順次郎: 「磁性」(培風館, 1969).
- [2] 近角總信: 「強磁性体の物理(上)」(裳華房, 1978).
- [3] 金森順次郎, 米沢富美子, 川村 清, 寺倉清之:  
「固体」(岩波書店, 1994).
- [4] 安達健五: 「化合物磁性 局在スピン系」(裳華房, 1996).
- [5] 望月和子, 鈴木 直:  
「固体の電子状態と磁性」(大学教育出版, 2003).

白井 正文 (Shirai, Masafumi)  
〒980-8577 仙台市青葉区片平2-1-1  
東北大學 電氣通信研究所  
E-mail: shirai@riec.tohoku.ac.jp

32