

# スピントロニクス・デザインコース

*Spintronics Design Course*

## 基礎 1

*Fundamentals 1*

白井正文

Shirai, Masafumi

東北大学 電気通信研究所

*Research Institute of Electrical Communication, Tohoku University*

東北大学 スピントロニクス学術連携研究教育センター

*Center for Spintronics Research Network, Tohoku University*

第35回 CMD Workshop

(2019年9月2日～6日, 大阪大学基礎工学研究科)

1

## 講義内容

Contents

### 0. スピントロニクスと社会

Spintronics and the human society

### 1. 孤立イオンの磁気モーメント

Magnetic moments of an isolated ion

### 2. 磁場中の磁気モーメントの運動

Motion of a magnetic moment in a magnetic field

### 3. 結晶中の磁性イオン(結晶場)

Magnetic ions in a crystal (crystal field)

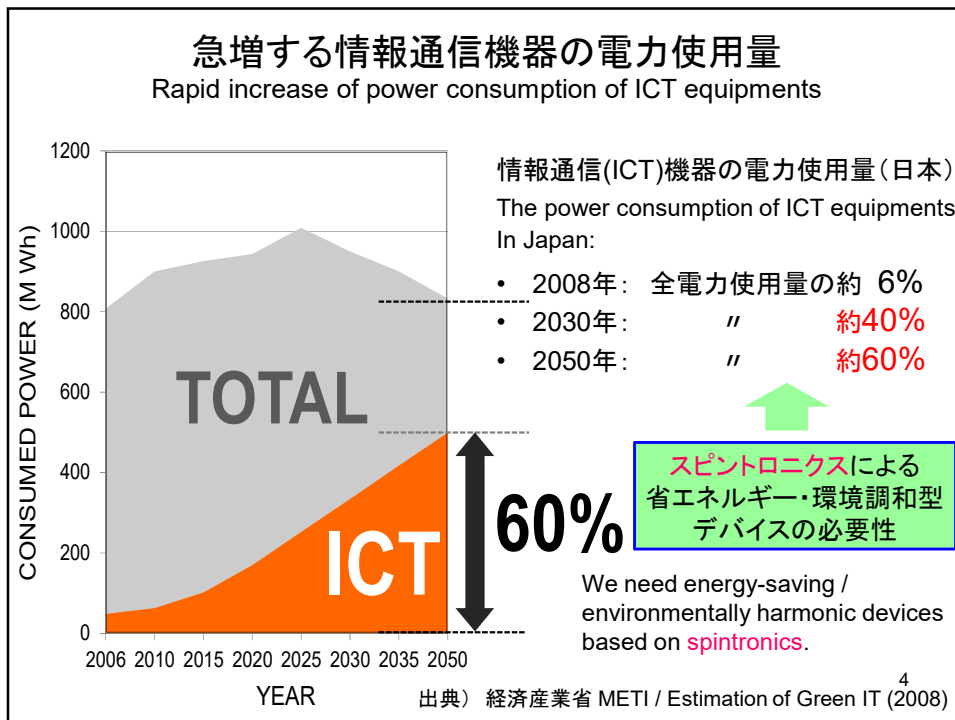
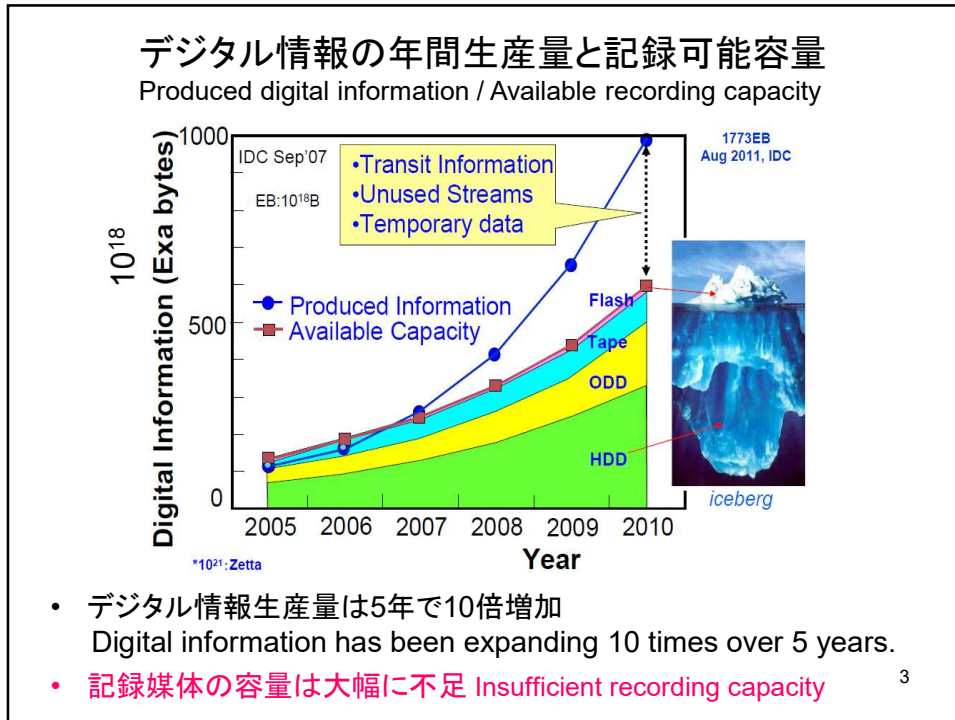
#### ・単一イオンの磁気異方性

Magnetic anisotropy of a single ion


### 4. 原子核と電子の相互作用

Interaction between atomic nuclei and electrons

2




Conventional Technology in Electronics




© Intel

Processing  
*Semiconductor*  
devices

Storage  
*Ferromagnetic*  
devices



Electronic Degrees of Freedom




© Everspin Technologies

Charge

↓

Spin

↓

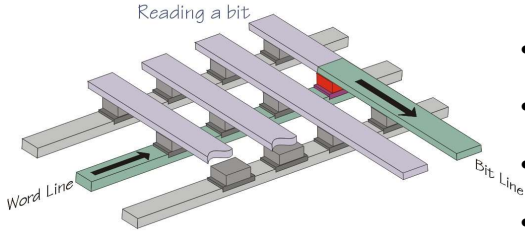


Spintronics

- High-performance devices in the next generation  
*High speed, Large scale, Low power consumption*
- New paradigm in information technology

5

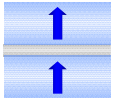
### MRAM (Magnetoresistive Random Access Memory)



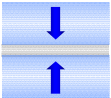
Reading a bit

- 不揮発 *Non-volatile*
- 高速入出力 *Fast read/write*
- 高集積化 *Scalability*
- 高耐久性 *High endurance*

#### Magnetic tunnel junctions (MTJ)




“1”



“0”

v

Ferromagnet  
Insulator  
Ferromagnet



© Everspin Technologies

6

### 1. 孤立イオンの磁気モーメント

Magnetic moments of an isolated ion

7

#### 電子の軌道運動 orbital motion of electron

電磁界中の電子(質量  $m$ , 電荷  $-e$ )のハミルトニアン  
Hamiltonian for an electron (mass  $m$ , charge  $-e$ ) in electromagnetic field

$$H = \frac{1}{2m} \left[ \mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right]^2 - e\Phi$$

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A} = (0, 0, H)$$

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{eH}{2mc} (xp_x - yp_y) + \frac{e^2 H^2}{8mc^2} (x^2 + y^2) - e\Phi$$

ベクトルポテンシャル  
vector potential

$$\mathbf{A} = \frac{H}{2} (-y, x, 0)$$

軌道角運動量  
orbital angular momentum

$$\hbar \ell_z = (\mathbf{r} \times \mathbf{p})_z = xp_y - yp_x$$

ボア磁子  
Bohr magneton

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$$

$-\boldsymbol{\mu}_\ell \cdot \mathbf{H}$

軌道磁気モーメント  
orbital magnetic moment

$$\boldsymbol{\mu}_\ell = -\frac{e\hbar}{2mc} \mathbf{l} = -\mu_B \mathbf{l}$$

**電子スピン electron spin**

スピン角運動量 spin angular momentum

$$\hbar s = \frac{\hbar}{2} \sigma \quad s = 1/2 \quad \text{スピン量子数}$$

パウリ行列 Pauli matrix

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

交換関係 Commutation relation  $[s_x, s_y] = s_x s_y - s_y s_x = i s_z$

スピン磁気モーメント spin magnetic moment

$$\mu_s = -g \frac{e\hbar}{2mc} s = -g \mu_B s$$

ボーア磁子 Bohr magneton

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$$

g-factor:  $g = 2.0023$

9

**スピン軌道相互作用 spin-orbit interaction**

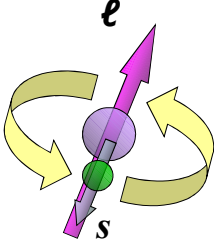
$$H_{SO} = \frac{\hbar}{2m^2 c^2} [\nabla V \times \mathbf{p}] \cdot \mathbf{s}$$

相対論効果  
relativistic effect

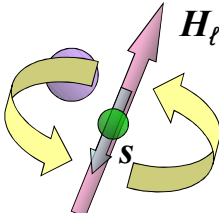
球対称ポテンシャル中 in spherical potential

$$H_{SO} = \lambda \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \quad H_{SO} = -\mathbf{H}_\ell \cdot \mu_s$$

$$\lambda = \frac{\hbar^2}{2m^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \quad \mathbf{H}_\ell = \frac{\lambda}{g \mu_B} \mathbf{l}$$



$\mathbf{s}$



$\mathbf{H}_\ell$  有効磁界  
effective magnetic field

10

Q: Energy splitting of p-orbital states ( $\ell = 1$ )

$$m_\ell = +1, \quad 0, \quad -1$$

$$m_s = +1/2 \quad \text{=====}$$

$$m_s = -1/2 \quad \text{=====}$$

$H_{SO} = \lambda \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = \frac{\lambda}{2} (\mathbf{j}^2 - \mathbf{l}^2 - \mathbf{s}^2)$ 
全角運動量  
Total angular momentum  
 $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$

$$= \frac{\lambda}{2} [j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)]$$

$$m_j = +3/2, +1/2, -1/2, -3/2$$

$$j = 3/2 \quad \text{-----}$$

$$j = 1/2 \quad \text{-----}$$

$$m_j = +1/2, -1/2$$

$\Delta = \frac{3}{2} \lambda$

11

円偏光によるスピン生成  
Spin-polarized electrons created by circularly polarized light

伝導バンド  
Conduction band

重い正孔  
Heavy hole

軽い正孔  
Light hole

Split-off band

価電子バンド  
Valence bands

$m_j = +1/2, -1/2$   
 $j = 1/2$

$m_j = +3/2, +1/2, -1/2, -3/2$   
 $j = 3/2$

$m_j = +1/2, -1/2$   
 $j = 1/2$

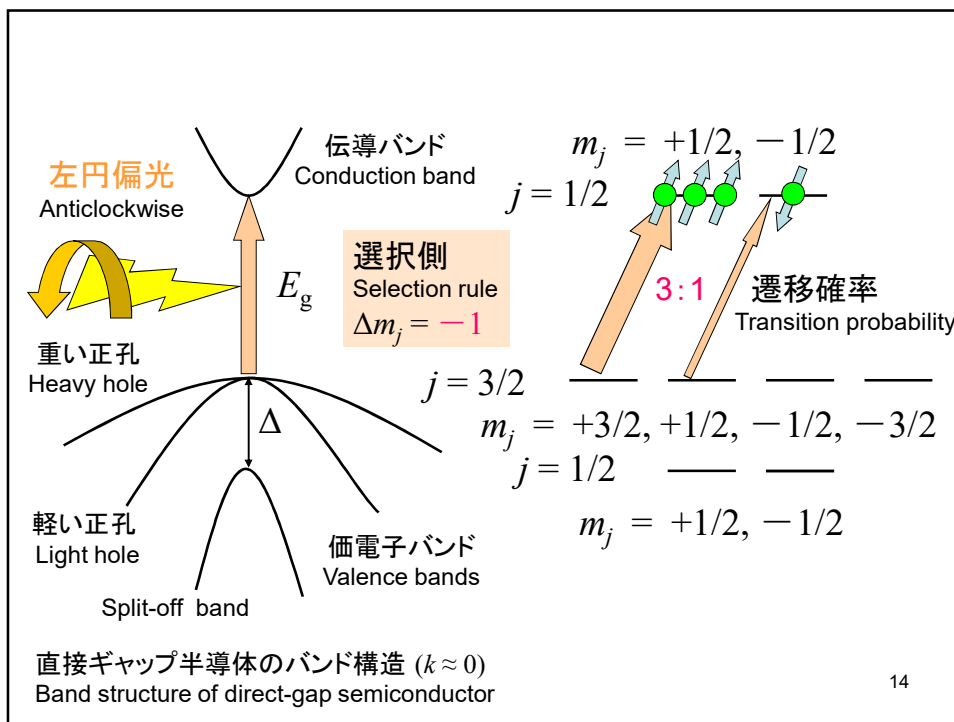
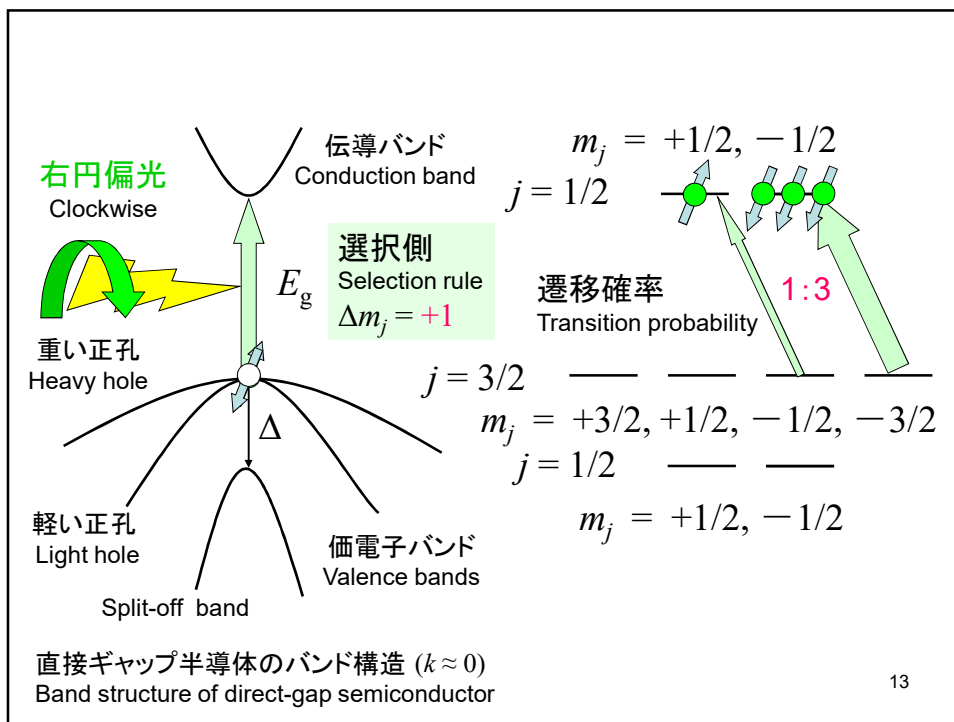
$\Delta$   
 $(3/2)\lambda$

0.11 eV (InP)  
 0.34 eV (GaAs)  
 0.85 eV (InSb)

スピン軌道相互作用  
Spin-orbit interaction

$H_{SO} = \lambda \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ 
12

直接ギャップ半導体のバンド構造 ( $k \approx 0$ )  
Band structure of direct-gap semiconductor



## 2. 磁場中の磁気モーメントの運動

Motion of a magnetic moment in a magnetic field

15

### 磁気モーメントの運動 Dynamics of magnetic moments

$\boldsymbol{\mu} = -g\mu_B \mathbf{s} = -\gamma \hbar \mathbf{s}$

ハイゼンベルグの運動方程式  
Heisenberg's equation of motion

$$i\hbar \frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = [\boldsymbol{\mu}, H_{\text{Zeeman}}]$$

$\mathbf{H} = (0, 0, H)$

$$\frac{d\mu_x}{dt} = -\gamma H \mu_y \quad \frac{d\mu_y}{dt} = +\gamma H \mu_x$$

$$\frac{d^2 \mu_\alpha}{dt^2} = -\omega_L^2 \mu_\alpha \quad (\alpha = x, y)$$

ラーモア周波数  $\omega_L = \gamma H$   
Larmor frequency

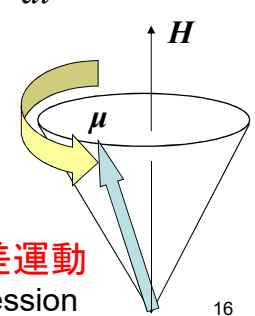
磁気回転比  $\gamma = \frac{g\mu_B}{\hbar}$   
gyromagnetic ratio

Zeeman相互作用

$$H_{\text{Zeeman}} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}$$

$$\therefore \frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = -\gamma \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{H}$$

**ラーモア歳差運動**  
Larmor precession



16



### スピノ電界効果トランジスタ Spin Field Effect Transistor (Spin FET)

**Key Issues:**

1. *Spin-injection* efficiency into semiconductor.
2. *Spin manipulation by electric field* (gate voltage).

S. Datta and B. Das, Appl. Phys. Lett. **56**, 665 (1990).

### ゲート電圧によるスピノ操作 Spin manipulation by gate voltage

ゲート電界 gate electric field  
 $E = -\nabla V$  ( $\parallel z$ )

有効磁場 effective magnetic field  
 $H_{\text{eff}} \propto E \times p$  ( $\parallel -y$ )

スピノ軌道相互作用 spin-orbit interaction

$$H_{\text{SO}} = \frac{\hbar}{2m^2c^2} [\nabla V \times p] \cdot s = -\frac{\hbar}{2m^2c^2} [E \times p] \cdot s$$

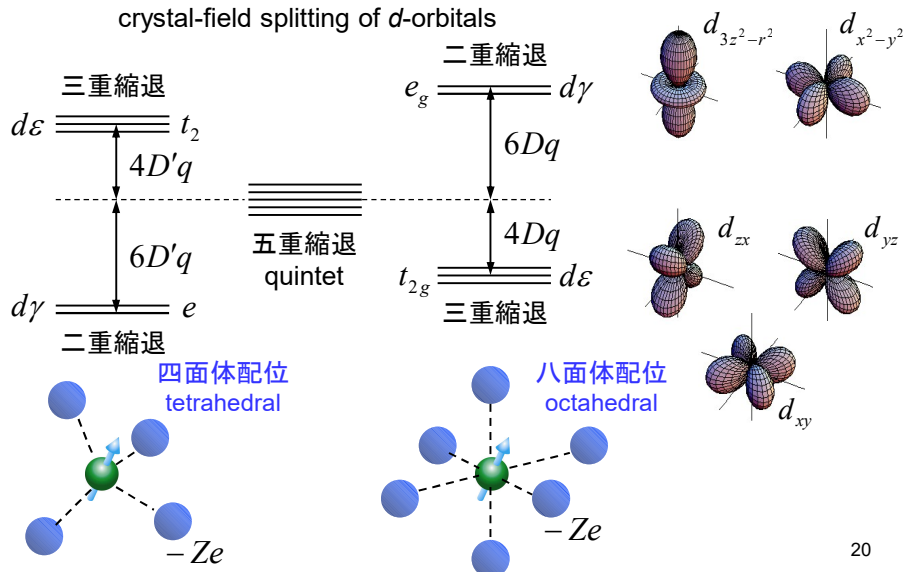
有効磁場 effective magnetic field  
 $H_{\text{eff}} \propto E \times p$

18

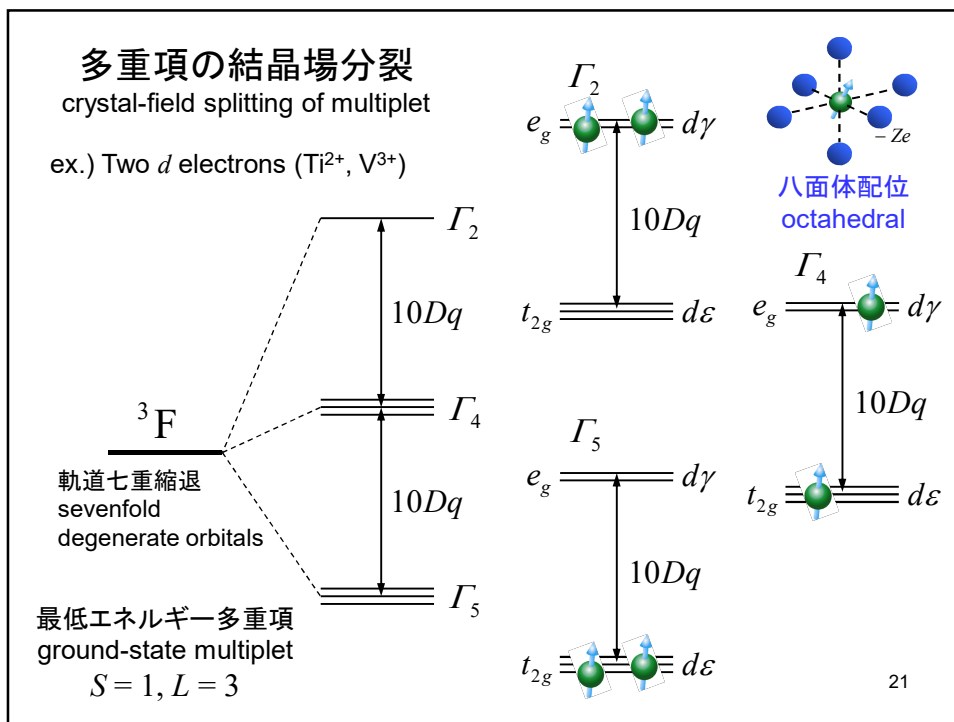
### 3. 結晶中の磁性イオン(結晶場) Magnetic ions in a crystal (crystal field)

19

#### 結晶場 crystal field $d$ 電子軌道の結晶場分裂 crystal-field splitting of $d$ -orbitals



20



### 多重項 multiplet

原子の多電子状態  
Many-electron states of atom

#### 最低エネルギー多重項に関するフントの規則

Hund's rule for ground state multiplet

第1則: 全スピン角運動量  $S$  最大  
1st rule: Total spin angular momentum  $S$  : maximum

第2則: 全軌道角運動量  $L$  最大  
2nd rule: Total orbital angular momentum  $L$  : maximum

$$S = \sum_{i=1}^{n_d} s_i$$

$$L = \sum_{i=1}^{n_d} l_i$$

ex.) Two  $d$  electrons ( $Ti^{2+}$ ,  $V^{3+}$ )

最低エネルギー多重項  
ground-state multiplet

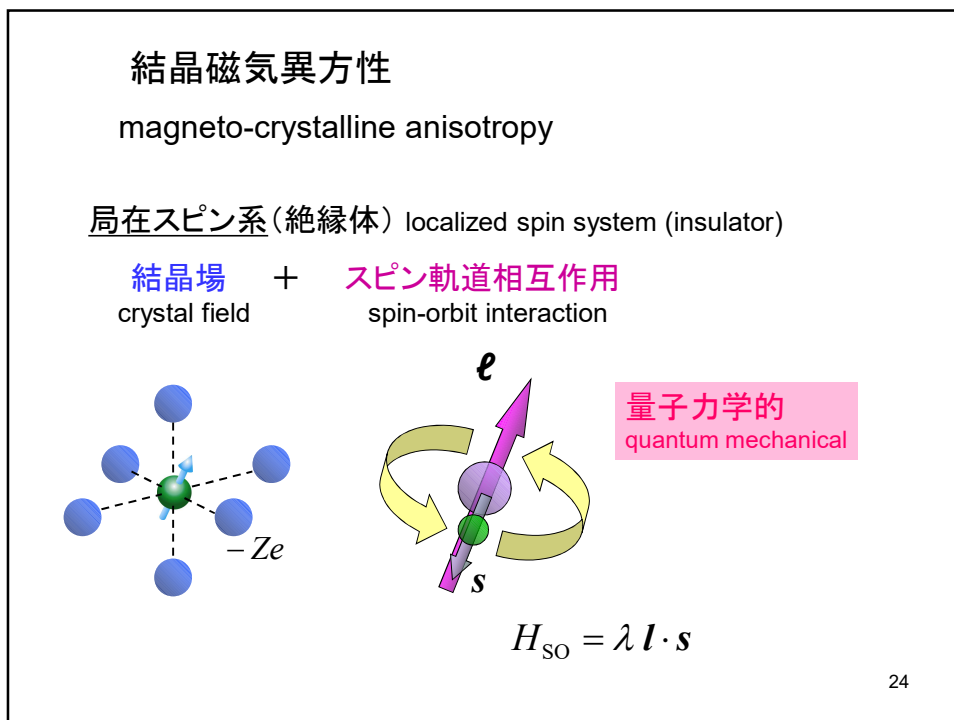
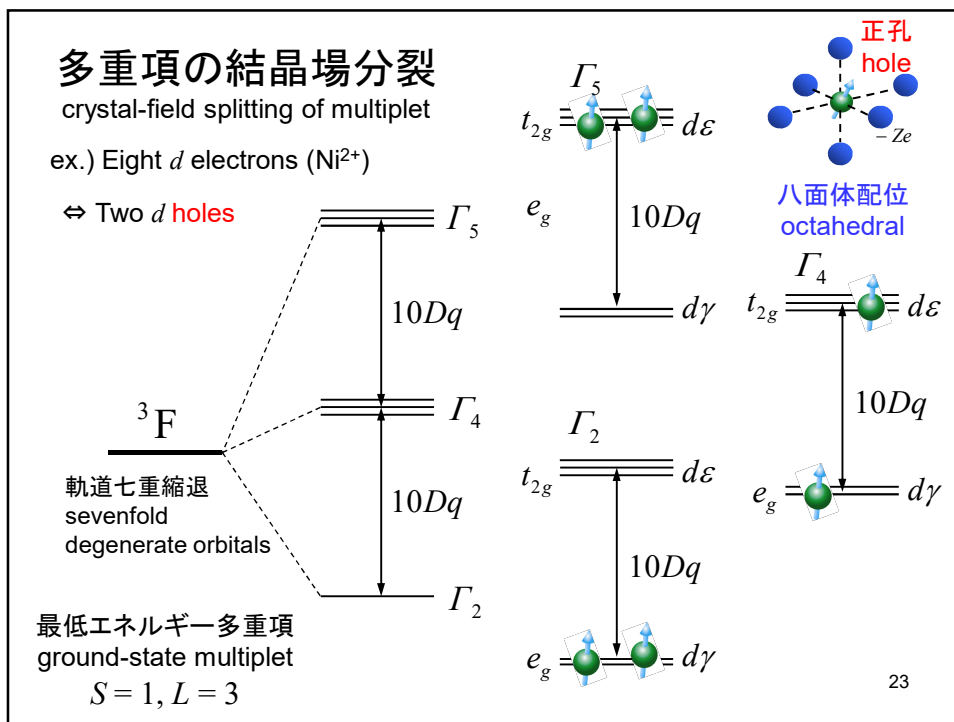
$^3F$        $S = 1, L = 3$

General expression:

$$2S+1 L'$$

$L = 0, 1, 2, 3, \dots$   
 $L' = S, P, D, F, \dots$

22



**スピンの軌道相互作用 spin-orbit interaction**

$$H_{SO} = \lambda \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \quad \lambda = \frac{\hbar^2}{2m^2c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr}$$

**相対論効果**  
relativistic effect

スピンの軌道相互作用の効果(二次摂動)  
Effect of spin-orbit interaction (2nd order)

$$H_S = -\lambda^2 \sum_{\mu, \nu} \Lambda_{\mu\nu} S_\mu S_\nu \quad \Lambda_{\mu\nu} = \sum_{n(\neq 0)} \frac{\langle 0 | L_\mu | n \rangle \langle n | L_\nu | 0 \rangle}{E_n - E_0}$$

**Price's spin Hamiltonian** ( $\mu, \nu = x, y, z$ )

結晶磁気異方性(二次)  
Magneto-crystalline anisotropy

**結晶の対称性**  
crystal symmetry

$$H_A^{(2)} = DS_z^2 + E(S_x^2 - S_y^2)$$

$D > 0$ : 面内容易型  
easy plane

$D < 0$ : 一軸容易型  
uniaxial

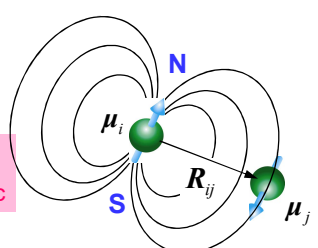
正方晶      斜方晶  
tetragonal    orthorhombic

25

**磁気異方性**  
Magnetic anisotropy

磁気双極子・双極子相互作用  
magnetic dipole-dipole interaction

**電磁気学的**  
Electromagnetic

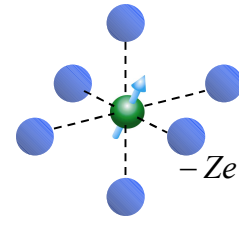


結晶磁気異方性  
magneto-crystalline anisotropy

**量子力学的**  
Quantum mechanical

局在スピン系(絶縁体)  
Localized spin system (insulator)

結晶場 + スピンの軌道相互作用  
crystal field      spin-orbit interaction



遍歴スピン系(金属)  
Itinerant electron system (metal)

電子バンド構造 + スピンの軌道相互作用  
electronic structure      spin-orbit interaction

26

### 4. 原子核と電子の相互作用

Interaction between atomic nuclei and electrons

27

#### 核磁気モーメント

nuclear magnetic moment

$$\mu_N = g_N \mu_N \mathbf{I} = \frac{\gamma_N}{\hbar} \mathbf{I}$$

$g_N$  : 核  $g$ -因子  
nuclear  $g$ -factor

$\mathbf{I}$  : 核スピン nuclear spin

( $I = 1/2, 1, 3/2, 2, \dots$ )

$\gamma_N$  : 核磁気回転比

nuclear gyromagnetic ratio

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p c} : \text{核磁子}$$

nuclear magneton

$M_p$  : 陽子の質量  
proton mass

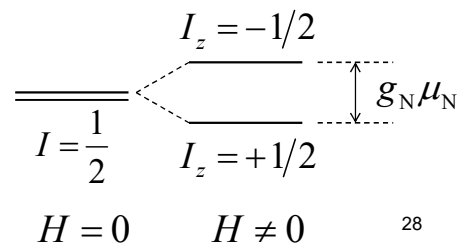
$$\mu_N \approx \frac{1}{1836} \mu_B$$

#### Zeeman相互作用

$$H_{\text{Zeeman}} = -\mu_N \cdot \mathbf{H}$$

• 外部磁場 external magnetic field

• 超微細磁場 hyperfine field



28

### 超微細相互作用 Hyperfine interaction

原点にある核スピン  $I$  と電子の間にはたらく相互作用

磁気双極子相互作用 p, d, f 電子  
 magnetic dipole interaction

$$H_{\text{dipole}} = -\gamma_N \gamma_e \hbar^2 \frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{s} - 3(\mathbf{I} \cdot \hat{\mathbf{r}})(\mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{r}})}{r^3}$$

フェルミ接触相互作用 s 電子      軌道角運動量との相互作用  
 Fermi contact interaction      interaction with orbital moment

$$H_{\text{Fermi}} = \frac{8\pi}{3} \gamma_N \gamma_e \hbar^2 \mathbf{I} \cdot \mathbf{s} \delta(\mathbf{r}) \quad H_{\text{orbital}} = \gamma_N \gamma_e \hbar^2 \frac{\mathbf{I} \cdot \mathbf{l}}{r^3}$$

内殻分極相互作用 原子核位置における s 電子のスピン密度分極  
 core polarization interaction

$$H_{\text{core}} = \frac{8\pi}{3} \gamma_N \gamma_e \hbar^2 \mathbf{I} \cdot \mathbf{s} \left[ |\psi_{\uparrow}(0)|^2 - |\psi_{\downarrow}(0)|^2 \right]$$

29

### 四重極相互作用 Quadrupole interaction

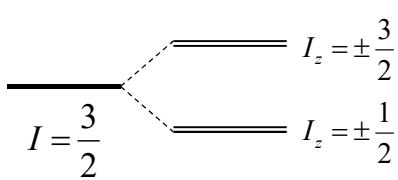
原子核の電気四重極モーメントと電子のつくる静電場との相互作用

核四重極モーメント  $eQ = e \int (3z^2 - r^2) \rho_N(\mathbf{r}) d^3r$   
 nuclear quadrupole moment

$e\rho_N(\mathbf{r})$  : 原子核の電荷密度

原子核位置における電場  
 electric-field gradient on nucleus

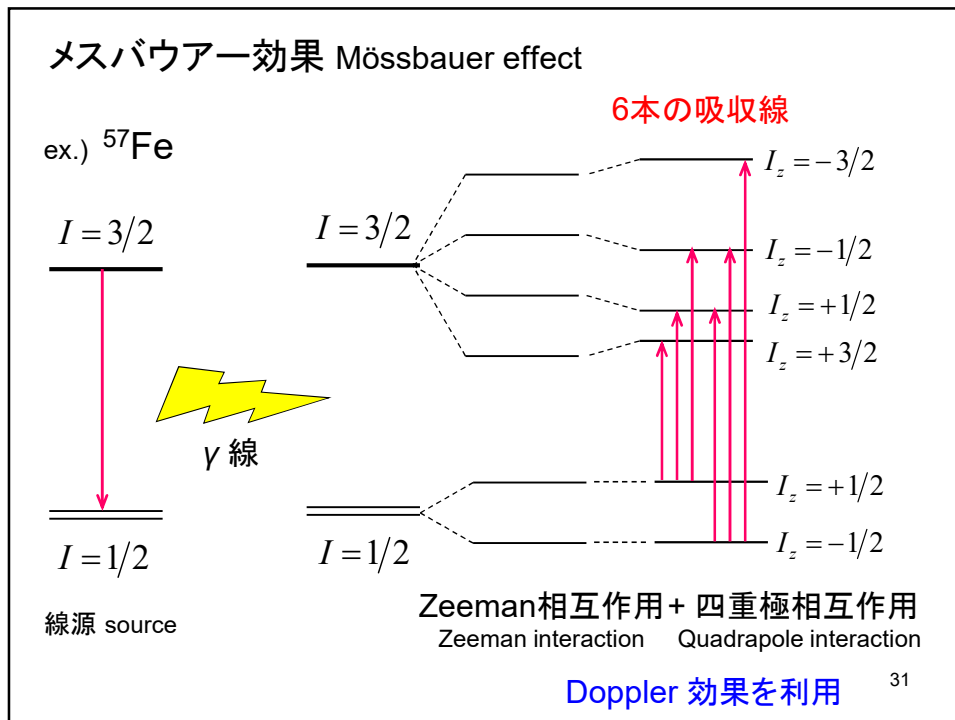
$$eq = -\left. \frac{dE_z}{dz} \right|_{r=0} = \left. \frac{d^2V}{dz^2} \right|_{r=0}$$



四重極相互作用 (一軸対称性)  
 quadrupole interaction (uniaxial)

$$H_{\text{quad}} = \frac{e^2 q Q (I_z)}{2} = \frac{e^2 q Q}{4I(2I-1)} [3I_z^2 - I(I+1)]$$

30



参考文献

- [1] 金森順次郎: 「磁性」(培風館, 1969).
- [2] 近角總信: 「強磁性体の物理(上)」(裳華房, 1978).
- [3] 金森順次郎, 米沢富美子, 川村 清, 寺倉清之:  
「固体」(岩波書店, 1994).
- [4] 安達健五: 「化合物磁性 局在スピン系」(裳華房, 1996).
- [5] 望月和子, 鈴木 直:  
「固体の電子状態と磁性」(大学教育出版, 2003).

白井 正文 (Shirai, Masafumi)  
 〒980-8577 仙台市青葉区片平2-1-1  
 東北大学 電気通信研究所  
 E-mail: shirai@riec.tohoku.ac.jp